

2008 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:20～14:20 60 分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を2か所記入してください。

I 以下の問いに答えよ。答は結果のみを解答欄に記入せよ。(30 点)

- (1) a を定数とする。未知数 x についての方程式

$$ax + 2 = x + a^2$$

の解を求めよ。

- (2) 赤玉 4 個, 青玉 4 個, 黄玉 4 個が入っている袋から, 玉を 1 個取り出してもとに戻すことを 4 回続けて行うとき, 赤玉が少なくとも 1 回は取り出される確率を求めよ。
- (3) ある商品の売価が 600 円のとき 500 個の売り上げがあり, 売価を 10 円ずつ値上げするごとに売り上げは 5 個ずつ減っていくという。最大の売り上げ金額を得るための売価はいくらか。
- (4) 3 次関数 $y = x^3 - p^2x$ のグラフの極大点 (X, Y) は, 定数 p の値が変化するのに応じて変化する。このとき X と Y の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (5) $(\log_3 2 + \log_4 9)^2 - (\log_3 2 + \log_{\frac{1}{2}} 3)^2$ を簡単にせよ。
- (6) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 つの数字を並べて 5 桁の数をつくり, これらを小さい順に並べる。1 番目の数は 12345 であるが, 42513 は何番目の数か。

II 放物線 $y = -x^2 + 1$ が直線 $y = b$ と点 $A(x_1, b)$ および点 $B(x_2, b)$ で交わるものとする。以下の問いに答えよ。(35 点)

- (1) 点 A , 点 B および原点 O を結ぶ三角形 ABO が直角三角形になるとき, b の値を求めよ。
- (2) 点 A が第 1 象限にあり, 点 B が第 2 象限にあるとする。
 - (i) 三角形 ABO の面積が最大になるときの b の値とその面積を求めよ。
 - (ii) 三角形 ABO の面積が最大になるとき, $\angle AOB$ は直角より大きい小さいかを理由をつけて示せ。

III 座標平面上を動く 2 点 P, Q がある。大小 2 つのさいころを同時に投げたとき、大きいさいころの出た目の数を k , 小さいさいころの出た目の数を ℓ とすると, P は現在の位置からベクトル $\left(\cos \frac{k\pi}{3}, \sin \frac{k\pi}{3}\right)$ だけ移動し, Q は現在の位置からベクトル $\left(\cos \frac{\ell\pi}{3}, \sin \frac{\ell\pi}{3}\right)$ だけ移動する。最初 P, Q はともに原点 O にあるとする。2 つのさいころを同時に投げる操作を 2 回くり返したとき, 以下の確率を求めよ。

(35 点)

- (1) P, Q がともに原点 O にもどる確率
- (2) $|\overrightarrow{PQ}| = 4$ となる確率
- (3) $|\overrightarrow{PQ}| > 3.5$ となる確率

ただし, $|\overrightarrow{PQ}|$ はベクトル $\overrightarrow{PQ}$ の大きさを表す。

