

2009 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:20～14:20 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 次の問いの答を，解答欄に記入せよ。(35 点)

- (1) 2 次関数 $y = -x^2 + 6x + 4$ のグラフの軸の方程式と頂点の座標を求めよ。
- (2) 2 次関数 $y = -x^2 + 5x + 3$ の最大値を求めよ。
- (3) 2 次関数 $y = 3x^2 - 11x + 4$ のグラフと， x 軸との共有点の座標を求めよ。
- (4) 角 θ が鋭角で， $\sin \theta = \frac{2}{3}$ であるという。 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。
- (5) 1 から 100 までの整数の中で，3 と 7 の少なくとも一方で割り切れる整数はいくつあるか。
- (6) 1 から 200 までの自然数の和を求めよ。
- (7) 13 人から，委員長 1 人，副委員長 1 人，書記 1 人の 3 人を選ぶ方法は何通りあるか。ただし，兼任は認めないものとする。
- (8) 10 人から，2 人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。
- (9) $y = 4x^2 - 3x + 2$ の導関数を求めよ。
- (10) 定積分 $\int_0^1 (3x^2 + 5x + 4) dx$ の値を求めよ。

II 原点を O とする座標平面上に点 $A(1, \sqrt{3})$, 点 $B(4, 0)$ がある。次の問いに答えよ。(30 点)

- (1) 線分 OA と x 軸の双方に接する円の中心を P とする。点 P の x 座標を t として、この円の方程式を t で表せ。また、 t がとり得る値の範囲を示せ。
- (2) (1) で求めた方程式で表される円の面積の最大値を求めよ。
- (3) t がある値をとるとき、この円は線分 OA , 線分 AB , および x 軸のすべてに接する。このときの円の中心の座標と半径を求めよ。

III 次の問いに答えよ。(35 点)

- (1) $2y - 3x^2 \geq 0$, $y - x \leq 0$ を同時に満たす領域の面積を求めよ。
- (2) $2y - 3x^2 = 0$ で表される放物線上で, $x = 1, x = 2, x = 3, \dots$ における接線の傾きをそれぞれ $a_1, a_2, a_3, \dots$ とする。数列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ の一般項 a_n を求めよ。
- (3) $2y - 3x^2 \leq 0 \dots \textcircled{1}$, $y - x \leq 0 \dots \textcircled{2}$, $1 \leq x \leq 2$ を同時に満たす領域の面積を b_1 とし, $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $2 \leq x \leq 3$ を同時に満たす領域の面積を b_2 とし, 一般に, $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $n \leq x \leq n+1$ を同時に満たす領域の面積を b_n とする。数列 $b_1, b_2, \dots$ の一般項 b_n を求めよ。
- (4) 上記 b_n の初項から第 n 項までの和を S_n とする。 S_n が初めて 100 をこえるのは第何項目か。