

2009 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:20～14:20 60 分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 次の問いの答を，解答欄に記入せよ。(30 点)

- (1) 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが 3 点 $(-2, 0)$, $(1, 3)$, $(2, -4)$ を通る。
 a , b , c の値を求めよ。
- (2) 2 次関数 $y = x^2 - 4x + k + 2$ のグラフが x 軸と接しているときの k の値を求めよ。
- (3) $\cos 15^\circ$ の値を a とおく。 $\sin 75^\circ$ を a で表せ。
- (4) 100 から 200 までの自然数の和を求めよ。
- (5) mathematics という語を構成する 11 文字を全部使ってできる順列はいくつあるか。

II xy 平面上に点 $O(0, 0)$, $A(i, 0)$, $B(i, j)$ がある。ただし, i, j はともに正の整数とする。 y 軸に平行な直線 $x = 1, x = 2, \dots, x = i$ と, x 軸に平行な直線 $y = 1, y = 2, \dots, y = j$ を引く。次の問いに答えよ。(40 点)

- (1) 原点 O と $B(i, 1)$ との距離を ℓ_1 , O と $B(i, 2)$ との距離を ℓ_2 , 一般に, O と $B(i, j)$ との距離を ℓ_j とする。数列 $\ell_1^2, \ell_2^2, \dots$ の一般項 ℓ_n^2 およびその和を求めよ。
- (2) 原点 O を出発する点 P が, さいころを投げて出た目の数が奇数の場合は x 軸の方向に $+1$, 偶数の場合は y 軸の方向に $+1$ だけ進む。さいころを $(i + j)$ 回投げたとき, 点 P が $B(i, j)$ に到達する確率 $P_{i,j}$ を i, j で表せ。
- (3) (2) の移動方法で点 P が $B(i, j)$ に到達したとき, それに対応する x 軸上の点を $A(i, 0)$ とする。さいころを 5 回投げたときの $\triangle OAB$ の面積の期待値を求めよ。

III 次の問いに答えよ。(30 点)

- (1) 2つの正の数 x_1 と x_2 について、その相加平均 H_2 と相乗平均 G_2 との間に、次の関係があることを証明せよ。

$$H_2 \geq G_2 \quad \text{すなわち} \quad \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \geq \sqrt{x_1 x_2}$$

- (2) 4つの正の数 x_1, x_2, x_3, x_4 について、その相加平均 H_4 と相乗平均 G_4 との間に、次の関係があることを証明せよ。

$$H_4 \geq G_4 \quad \text{すなわち} \quad \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \geq \sqrt[4]{x_1 x_2 x_3 x_4}$$

- (3) (2)において、 $x_4 = \sqrt[3]{x_1 x_2 x_3}$ と置くことにより、3つの正の数 x_1, x_2, x_3 について、その相加平均 H_3 と相乗平均 G_3 との間に、次の関係があることを証明せよ。

$$H_3 \geq G_3 \quad \text{すなわち} \quad \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3) \geq \sqrt[3]{x_1 x_2 x_3}$$