

2010 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:15～14:15 60 分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I xy 平面で、次の不等式の表す領域を D とする。

$$D: |x| + 2|y| \leq 60$$

以下の設問に答えよ。(20 点)

問 1 D を xy 平面上に図示せよ。

問 2 次の条件を満たす整数の組 (m, n) の個数を求めよ。

$$m + 2n \leq 60, \quad m \geq 1, \quad n \geq 1$$

問 3 D に含まれる整数の組 (m, n) の個数を求めよ。

II 不等式

$$19200 < 19683 = 3^9 < 20000 < 20480 = 2^{11} \cdot 10$$

を利用して、以下の設問に答えよ。ただし、 $x = \log_{10} 2$, $y = \log_{10} 3$ とする。(20 点)

問 1 $\log_{10} 19200$ の値を x と y で表せ。

問 2 x と $\frac{3}{10}$ の大小を比較せよ。なお計算過程も示すこと。

問 3 y と $\frac{11}{23}$ の大小を比較せよ。なお計算過程も示すこと。

III 関数

$$f(x) = \frac{5}{8}x^2 + |x| \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}x \right)$$

に対し、 xy 平面上のグラフ $C: y = f(x)$ を考える。 a を正の実数とし、 y 軸上の点 $P(0, -a^2)$ から C に 2 本の接線 ℓ_1 , ℓ_2 を引く。このとき、以下の設問に答えよ。

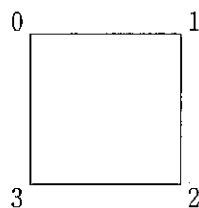
(30 点)

問 1 C と ℓ_1 の接点を $S(s, f(s))$ とする。 $s < 0$ のとき、 a を用いて s を表せ。

問 2 C と ℓ_2 の接点を $T(t, f(t))$ とする。 $t > 0$ のとき、 a を用いて t を表せ。

問 3 ℓ_1 と ℓ_2 が直交するような a の値を求めよ。

IV 四角形の頂点に図のような番号を振り，点 P を番号 0 の頂点に置く。



次に，サイコロを 1 回投げるごとに

- 出た目が 3 以上の場合， P を時計回りの隣接する頂点に移動
- 出た目が 2 以下の場合， P を反時計回りの隣接する頂点に移動

という操作を繰り返し行う。

サイコロを n 回投げたとき， P が移動した頂点の番号を $Q(n)$ と表す。このとき以下の設問に答えよ。なお解答の数値は，分数のままでよい。(30 点)

問 1 「 $Q(2) = 0$ 」となる確率を求めよ。

問 2 「 $Q(2) \neq 0$ かつ $Q(4) = 0$ 」となる確率を求めよ。

問 3 「 $Q(4) = 0$ 」となる確率を求めよ。