

2011 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:15～14:15 60 分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 以下の設問に答えよ。(20 点)

問 1 整数 $x_1, \dots, x_4$ に対して,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14 \\ x_k \geq 2 \ (k = 1, \dots, 4) \end{cases}$$

となる組 $(x_1, \dots, x_4)$ の総数を求めよ。

問 2 整数 $y_1, \dots, y_5$ に対して,

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 7 \\ y_k \geq 0 \ (k = 1, \dots, 5) \end{cases}$$

となる組 $(y_1, \dots, y_5)$ の総数を求めよ。

II 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(n-1) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

と定め、これに対して新しい数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \sin a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

と定める。このとき以下の設問に答えよ。(20 点)

問 1 b_{12} , b_{18} および b_{23} の値を求めよ。

問 2 $\sum_{n=1}^{50} b_n$ の値を求めよ。

III $a > 0$, $b > 1$ である定数 a , b に対して, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = ||ax - 1| - b|$$

と定め, 定積分 S を

$$S = \int_0^1 f(x) dx$$

とする。このとき以下の設問に答えよ。(30 点)

問 1 $0 < a < 1$ の場合, S を a , b を用いて表せ。

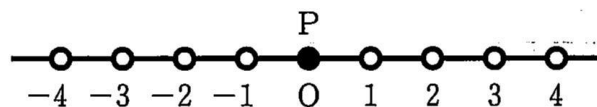
問 2 $1 \leq a < b + 1$ の場合, S を a , b を用いて表せ。

問 3 $a \geq b + 1$ の場合, S を a , b を用いて表せ。

IV 数直線上に点 P があり, 1 単位の時間毎に

- $+1$ だけ移動する確率は $\frac{1}{4}$,
- 移動しないで同じ場所にいる確率は $\frac{1}{4}$,
- -1 だけ移動する確率は $\frac{1}{2}$,

という運動をしている。



点 P は時刻 0 に原点 O から出発し, 「点 P が時刻 n で座標 k にある」事象を “ $X(n) = k$ ” と表す。このとき以下の設問に答えよ。なお解答の数値は分数のまま
でよい。(30 点)

問 1 $X(3) = 1$ となる確率を求めよ。

問 2 $X(4) = 1$ となる確率を求めよ。

問 3 $X(4) = 0$ となる確率を求めよ。