

2012 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 14:50～15:50 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 次の問に答えよ。(30 点)

- (1) $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ とする。 a を底とする M の対数 $\log_a M$ の定義を述べよ。
- (2) (1) で述べた定義に基づいて底の変換公式 $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$ を証明せよ。ただし,
 a, b, M は正の実数で, $a \neq 1$, $b \neq 1$ である。
- (3) $m \log_3 p + n \log_3 q = 2$ を満たす正の整数 m, n が存在するような正の整数の組
 (p, q) をすべて求めよ。

II C, H, U, O のいずれかの文字が書かれたカードがある。いま, C が 1 枚, H が 2 枚, U が 4 枚, O が n 枚からなるカードの山をよく切り, 山から同時に 3 枚のカードを抜き出す。ただし, $n \geq 0$ とする。このとき, 次の間に答えよ。(30 点)

- (1) 3 枚とも同じ文字である確率, すべて異なる文字である確率をそれぞれ n の式で表せ。
- (2) 3 枚とも同じ文字であれば得点を 2 点得, すべて異なる文字であれば得点を 1 点失い, その他の場合は得点に変化がないというゲームがある。このゲームで得る得点の期待値が 0 点以下となるような n の値の範囲を求めよ。

III $f(x) = x^2 + x + 1$ とおく。曲線 $y = f(x)$ に原点から引いた接線の方程式を $y = mx$, $y = m'x$ ($m < m'$) とおく。また、それぞれの接点の x 座標を c , c' とおく。このとき、 $c < 0 < c'$ である。実数 a に対して連立不等式

$$y \leq f(x), y \geq mx, y \geq m'x, a \leq x \leq a+1$$

の表す領域の面積を $S(a)$ で表す。このとき、次の問に答えよ。(40 点)

- (1) 定数 m , m' , c , c' を求めよ。
- (2) $0 < a \leq c'$ のとき、 $S(a)$ を求めよ。
- (3) $c \leq a \leq 0$ のとき、 $S(a)$ を求めよ。
- (4) $c \leq a \leq c'$ のとき、 $S(a)$ の最大値と最小値を求めよ。

