

2012 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:15～14:15 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 実数 A, B, C を係数とする 3 次方程式

$$x^3 + Ax^2 - B^2x + C = 0$$

は 3 つの互いに異なる実数解 α, β, γ をもち、 $\alpha\beta\gamma \neq 0$ である。このとき以下の設問に答えよ。(30 点)

問 1 A, B, C を用いて $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$ を表せ。

問 2 A, B, C を用いて $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2}$ を表せ。

II 整数 n に対し、

$$f_n(x) = 3^n x \quad (x > 0)$$

と定める。このとき以下の設問に答えよ。(20 点)

問 1 $\frac{1}{10} \leq f_n(3) < \frac{243}{10}$ となる n をすべて求めよ。

問 2 正の実数 x に対し、 $\frac{1}{10} \leq f_n(x) < \frac{243}{10}$ を満たす n の個数を $N(x)$ とする。

$N(3) + N(3.5) + N(4) + N(4.5)$ の値を求めよ。

III 正の実数 a に対し、

$$f(x) = -x^2 + 2ax + a \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

と定め、 $f(x)$ の最大値を $M(a)$ とする。このとき以下の設問に答えよ。(30 点)

問 1 $M(a)$ を求めよ。

問 2 $L(a) = M(a) - \frac{a^3}{3}$ ($a > 0$) とする。 $L(a)$ の最大値を求めよ。

IV X と Y の 2 人が、次のゲームを繰り返し行う。

- X と Y がそれぞれが、所持しているすべての硬貨を同時に投げる。
- 表が出た硬貨の枚数が多い方を勝ちとし、枚数が同じ場合は引き分けとする。
- 勝った方は、負けた方から硬貨を 1 枚もらう。また引き分けの場合は、硬貨のやりとりはしない。

ゲーム開始時に、 X は 3 枚、 Y は 2 枚の硬貨を所持している。このとき以下の設問に答えよ。なお、解答の数値は分数のままでよい。(20 点)

問 1 1 回目のゲームが終了したとき、 X の所持する硬貨が 4 枚になる確率を求めよ。

問 2 2 回目のゲームが終了したとき、 X の所持する硬貨が 5 枚になる確率を求めよ。

