

I

(1)

$a \neq 0$ のとき

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

とわかる。

$$(\text{答}) \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(2)

解の公式より

$$\begin{aligned} x &= \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 4(3 - 4\sqrt{3})}}{2} \\ &= -\sqrt{3} \pm 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

と求まる。

$$(\text{答}) \quad x = -\sqrt{3} \pm 2\sqrt{3}$$

(3)

$$x^4 - 14x^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 3)^2 - 8x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2\sqrt{2}x - 3)(x^2 - 2\sqrt{2}x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2\sqrt{2}x - 3 = 0 \text{ または } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 = 0$$

であるから,

$$x = \pm\sqrt{2} \pm \sqrt{5} \quad (\text{復号任意})$$

と求まる。

$$(\text{答}) \quad x = \pm\sqrt{2} \pm \sqrt{5} \quad (\text{復号任意})$$

II

- (1) $f'(x) = 3x^2 - 6x$ であるから、 $y = f(x)$ の $x = t$ における接線の傾きは

$$f'(t) = 3t^2 - 6t$$

である。この接線の傾きが正となるとき、

$$\begin{aligned} 3t^2 - 6t &> 0 \\ \Leftrightarrow t(t-2) &> 0 \\ \Leftrightarrow t < 0, t > 2 \end{aligned}$$

が成り立つ。

(答) $t < 0, t > 2$

- (2) $x < 0$ のとき

$$\int_0^x |f'(t)| dt = \int_0^x f'(t) dt = x^3 - 3x^2$$

となる。また、 $0 \leq x \leq 2$ のとき

$$\int_0^x |f'(t)| dt = -\int_0^x f'(t) dt = -x^3 + 3x^2$$

となる。 $x > 2$ のときは

$$\begin{aligned} \int_0^x |f'(t)| dt &= -\int_0^2 f'(t) dt + \int_2^x f'(t) dt \\ &= -[t^3 - 3t^2]_0^2 + [t^3 - 3t^2]_2^x \\ &= x^3 - 3x^2 + 8 \end{aligned}$$

となる。

$x < 0$ のとき $g(x) = x^3 - 3x^2$
 (答) $0 \leq x \leq 2$ のとき $g(x) = -x^3 + 3x^2$
 $x > 2$ のとき $g(x) = x^3 - 3x^2 + 8$

- (3) $x < 0$ のとき

$$g'(x) = 3x^2 - 6x > 0$$

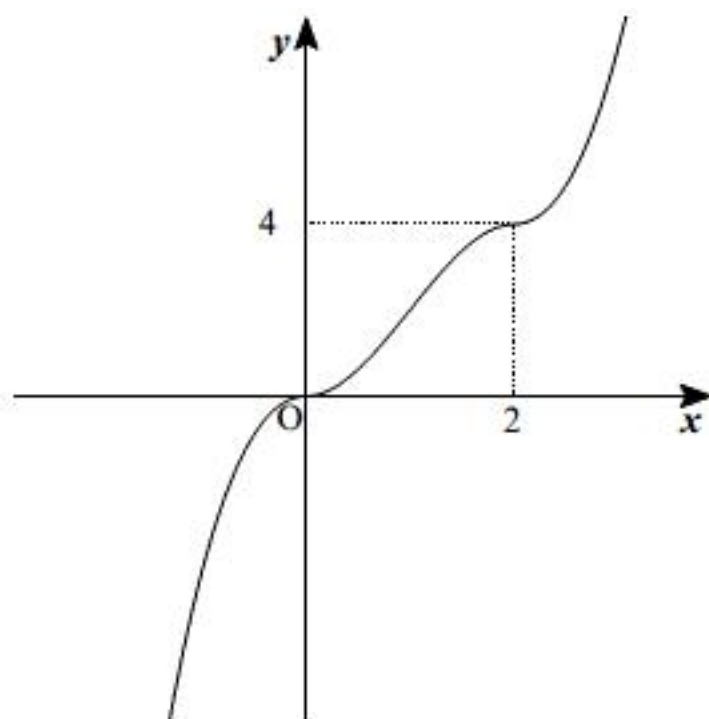
となる。また、 $0 < x < 2$ のとき

$$g'(x) = -3x^2 + 6x > 0$$

となる。 $x > 2$ のときは

$$g'(x) = 3x^2 - 6x > 0$$

となる。 $g(0) = 0, g(2) = 4$ より、 $y = g(x)$ のグラフは下図のようになる。



(答) 前図

Ⅲ

(1)

点 A の座標は

$$(6\cos 60^\circ, 6\sin 60^\circ) = (3, 3\sqrt{3})$$

である。

$$(\text{答}) (3, 3\sqrt{3})$$

(2)

$\triangle OAD$ が 4 回目に正三角形となるのは、4 回目に $OD=6$ となるとき、すなわち 4 回目までにコインの表と裏が 2 回ずつ出るときである。この確率は

$${}_4C_2 p^2 (1-p)^2 = 6p^2 (1-p)^2$$

と求まる。

$$(\text{答}) 6p^2 (1-p)^2$$

(3)

実験中に $\triangle OAD$ が直角三角形となるのは、コインを 6 回投げる間に $D(3, 0)$ もしくは $D(12, 0)$ となるときである。この確率は

$$\begin{aligned}(1-p)^3 + {}_2C_1 p(1-p) + p^6 &= (1-3p+3p^2-p^3) + (2p-2p^2) + p^6 \\ &= 1-p+p^2-p^3+p^6\end{aligned}$$

と求まる。

$$(\text{答}) 1-p+p^2-p^3+p^6$$