

2013 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:25～14:25 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 次の各問いに答えよ。答は結果のみ解答欄に記入せよ。(30点)

- (1) a を正の定数とする。 x についての不等式

$$|3x - 2| \leq a$$

を解け。

- (2) a, b を定数とする。2 次関数

$$y = x^2 - 2(a + 2)x + b$$

のグラフの頂点は、 a, b が変化するとき、直線 $y = -2x$ 上を動くという。このとき、 b を a で表せ。

- (3) $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$, $BC = 5$, $CA = 2$ である。このとき、 $\cos B$ の値を求めよ。
- (4) 1 回矢を射たときの的に当たる確率が 0.1 の人がいる。この人が 5 回射たとき、「少なくとも 1 回的に当たる」という確率を求めよ。ただし、答えは小数第 3 位を四捨五入した小数で表せ。
- (5) $y = 10^{3-2x}$ とするとき、 $\log_{10} y$ を x で表せ。
- (6) 3 次関数 $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ の極大値と極小値を求めよ。

(設問は次ページに続く。)

Ⅱ 座標平面上に2つのベクトル $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ がある。点Pは原点Oを出発点とし、サイコロを1回振るごとに次の規則にしたがって移動していく。

- 出た目の数が1か2ならば、Pはベクトル $\vec{a}$ に沿って1だけ進む。
- 出た目の数が3か4ならば、Pはベクトル $\vec{b}$ に沿って1だけ進む。
- 出た目の数が5か6ならば、Pはベクトル $\vec{a} + \vec{b}$ に沿って1だけ進む。

このとき、以下の問いに答えよ。(35点)

- (1) m, n を自然数とすると、 $m\vec{a} + n\vec{b}$ の大きさ $|m\vec{a} + n\vec{b}|$ を求めよ。
- (2) サイコロを3回振ったとき、点Pが $A(1, \sqrt{3})$ に到達する確率を求めよ。
- (3) サイコロを3回振ったとき、ベクトル $\vec{OP}$ の大きさ $|\vec{OP}|$ の期待値を求めよ。

(設問は次ページに続く。)

Ⅲ 座標空間内に 4 点 $A(4, -1, 5)$, $B(0, 3, 5)$, $C(4, 3, 1)$, $P(t, t-1, t+1)$ がある。
ただし, t は定数とする。このとき, 以下の問いに答えよ。(35 点)

- (1) $\triangle ABC$ が正三角形であることを証明せよ。
- (2) $\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{GP}$ は $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{GC}$ と垂直であることを示せ。
- (4) 3 点 A , B , C を通る半径 12 の球面の方程式を求めよ。

(以下計算用紙)