

2013 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:15~14:15 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I いずれも 0 でない整数の組 (m, n) は、次の条件を満たしている。

$$(*) \quad \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{11}, \quad m \leq n$$

この条件 $(*)$ を満たす (m, n) をすべて求めよ。ただし m は正とは限らない。 (20 点)

II 二等辺三角形 ABC に対して、辺 BC の長さを a 、辺 CA 及び辺 AB の長さを b とする。中心 O 、半径 r の円が $\triangle ABC$ に外接しているとき、以下の設問に答えよ。 (30 点)

問 1 $\cos \angle ABC$ の値を a, b を用いて表せ。

問 2 半径 r の値を a, b を用いて表せ。

問 3 ベクトル $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ に対し、ある実数 x, y があり

$$\overrightarrow{AO} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC}$$

と表される。このとき x, y の値を a, b を用いて表せ。

III $0 < a < 1$ である定数 a に対し、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^2 - 1 + 2a - a^2$$

とおく。このとき以下の設問に答えよ。 (30 点)

問 1 $f(x) < 0$ となる x の範囲を求めよ。

問 2 次の定積分の値 S を a を用いて表せ。

$$S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$$

問 3 問 2 の S を考える。 a が $0 < a < 1$ の範囲を動くとき S の最小値を求めよ。

IV 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれたカード 10 枚の入っている箱がある。

- この箱から 1 枚のカードを取り出し、数字を調べてからもとに戻すことを 3 回繰り返す。
- 1 回目に取り出したカードの数字を a , 2 回目のカードの数字を b , 3 回目のカードの数字を c とする。

こうして得られる数字 a, b, c の最小値を X , 最大値を Y とおく。このとき以下の設問に答えよ。なお、解答の数値は分数のままでよい。 (20 点)

問 1 $X = 6$ となる確率を求めよ。

問 2 $X = 1$ かつ $Y = 3$ となる確率を求めよ。

