

2015 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:15～14:15 60 分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

(設問は 2 ページより始まる。)

I 正の整数 n に対し

3^n を 5 で割ったときの余りを a_n ,

3^n を 7 で割ったときの余りを b_n

とする。このとき、以下の設問に答えよ。(20 点)

(i) a_{10} の値を求めよ。

(ii) b_{20} の値を求めよ。

(iii) $\sum_{k=1}^m (a_k + b_k) \geq 300$ となる最小の正の整数 m を求めよ。

(次問に続く)

(設問は次のページにつづく)

II 実数 a, b に対し

$$f(a, b) = a^2 - ab + b + 1$$

とする。このとき、以下の設問に答えよ。(20 点)

- (i) “すべての a に対し $f(a, b) \geq 0$ ” となるための b の必要十分条件を求めよ。
- (ii) “ $b \geq 0$ である すべての b に対し $f(a, b) \geq 0$ ” となるための a の必要十分条件を求めよ。
- (iii) “すべての b に対し $f(a, b) \geq 0$ ” となるための a の必要十分条件を求めよ。

(次問に続く)

(設問は次のページにつづく)

III 曲線 $C_1: y = x^3$ を考える。点 $A(-1, -1)$ における C_1 の接線 ℓ は、 A とは異なる点 B で C_1 と交わっている。このとき、以下の設問に答えよ。ただし

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + L \quad (L \text{ は積分定数})$$

である。(30 点)

- (i) 点 B の座標を求めよ。
- (ii) 実数の定数 a, b, c に対し、曲線 $C_2: y = ax^2 + bx + c$ を考える。 C_2 が点 A, B を通り、さらに A と B との間の点 E ($E \neq A, E \neq B$) で C_1 と交わる時、 c が満たす必要十分条件を求めよ。
- (iii) C_2 および E は前問と同様とし、 c は前問の必要十分条件を満たしている。
“ A, E の間で曲線 C_1 と C_2 とで囲まれる領域の面積”を S_1 、“ E, B の間で曲線 C_1 と C_2 とで囲まれる領域の面積”を S_2 とする。 $S_1 = S_2$ であるとき、 c の値を求めよ。

(次問に続く)

(設問は次のページにつづく)

IV 「当たり」のカードが 2 枚, 「外れ」のカードが 8 枚, 計 10 枚のカードが入っている箱がある。この箱を使って, 次の試行を行う。

- 試行 A : カードを 1 枚引き, 「当たり」の有無を確認して, 箱に戻す。
- 試行 B : カードを 2 枚引き, 「当たり」の有無を確認して, 箱に戻す。

k を正の整数とし, 試行 A を k 回繰り返したとき,

「当たり」の有る試行が, 少なくとも 1 回ある確率

を $P(k)$ とする。一方, 試行 B を k 回繰り返した時に,

2 枚とも「当たり」である試行が, 少なくとも 1 回ある確率

を $Q(k)$ とする。このとき, 以下の設問に答えよ。(30 点)

(i) $P(3)$ および $Q(2)$ を求めよ。なお, 解答の数値は分数のままでよい。

(ii) 下の常用対数表を用いて, $\log_{10} 45$ の値を小数点以下 3 位まで求めよ。

n	2	3	7	11	13
$\log_{10} n$	0.301	0.477	0.845	1.041	1.114

(iii) $P(10)$ と $Q(100)$ はどちらが大きいのか。根拠を述べて解答せよ。なお, 前問の常用対数表を利用してよい。

(以下計算用紙)

