

2015 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:15～14:15 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 以下の設問に答えよ。(25 点)

(i) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$\bullet \quad a_1 = 1, \qquad \bullet \quad a_{n+1} = 3a_n + 8, \quad n = 1, 2, \dots$$

(ii) 次の条件によって定められる数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$\bullet \quad b_1 = 1, \qquad \bullet \quad b_{n+1} = 3b_n + 5^n, \quad n = 1, 2, \dots$$

(次問に続く)

II 実数の定数 a ($a \neq 1$), b, c に対し, 多項式 $f(x) = ax^3 + 2bx^2 + 6x + c$ を考える。 $f(x)$ が $x = a$ および $x = 1$ で極値を持つとき, 以下の設問に答えよ。(25 点)

(i) a, b の値をすべて求めよ。

(ii) $f(x)$ の極小値が $3a$ であるとき, c の値を求めよ。

(次問に続く)

III 1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD がある。辺 BC の中点を E, 辺 CD の 3 等分点のうち C に近い方を F, 線分 AE と線分 BF との交点を G とする。このとき, 以下の設問に答えよ。なお, 解答の数値は分数のままでよい。(25 点)

- (i) $\sin \angle EAB$ の値を求めよ。
- (ii) 線分 BG の長さを求めよ。
- (iii) 四角形 AGFD の面積を求めよ。

(次問に続く)

IV 表が出る確率が q ($q < \frac{1}{2}$), 裏が出る確率が $1 - q$ であるコインを使い, xy 平面上の動点 P を次の規則で動かす。

- 動点 P は原点から出発する。
- コインを投げて表が出ると, x 軸の正の方向に 1 移動する。
- コインを投げて裏が出ると, y 軸の正の方向に 1 移動する。

このコインを 4 回投げたとき, 動点 P が点 $A(2, 2)$ に到着する確率は $\frac{8}{27}$ である。
このとき, 以下の設問に答えよ。なお, 解答の数値は分数および累乗のままでよい。
(25 点)

- (i) このコインを 1 回投げたとき, 表が出る確率 q を求めよ。
- (ii) このコインを 8 回投げたとき,

動点 P が, 途中で点 $A(2, 2)$ を通らずに, 点 $B(4, 4)$ に到着する確率
を求めよ。