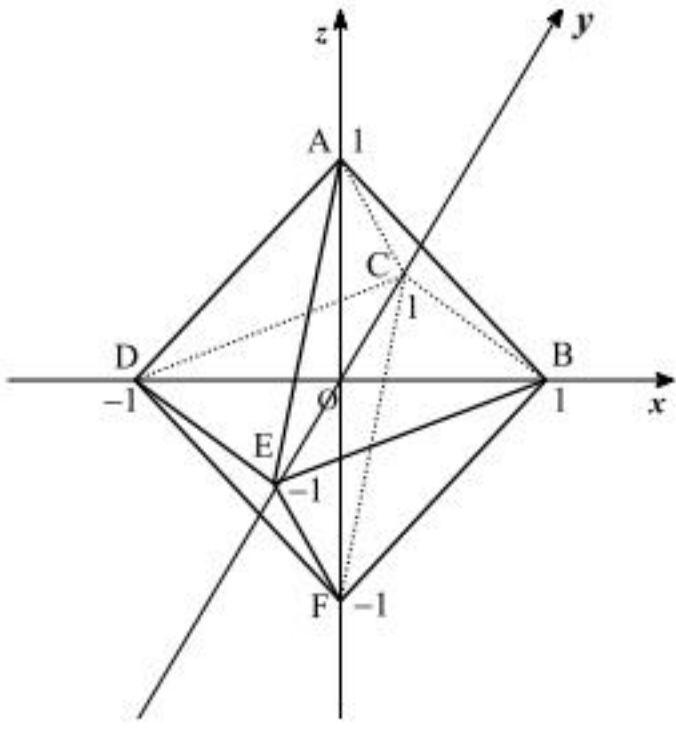


【解答】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
p	m	b	n	r	v	f	e	d	e

【解説】

以下に正八面体 ABCDEF を図示する。



△ ABC の重心を G，△ ACD の重心を H とすると，それぞれの座標は重心の公式より，

$$G\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right),H\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$$

となるから，線分 OG および線分 OH の長さは，

$$OG=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\because OG>0\right)$$

$$OH=\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\because OH>0\right)$$

であり， $\overrightarrow{OG}$ と $\overrightarrow{OH}$ の内積を考えると，

$$\cos\angle GOH=\frac{\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{OH}}{\left|\overrightarrow{OG}\right|\left|\overrightarrow{OH}\right|}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}{OG\cdot OH}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{1}{3}$$

である。また， x 軸， y 軸， z 軸に関する対称性に注意すると，正八面体 ABCDEF の各面の重心の座標は，重心の公式より，

$$\left(\pm\frac{1}{3},\pm\frac{1}{3},\pm\frac{1}{3}\right)\left(\text{複号任意}\right)$$

で表されるから，この 8 つを頂点とする正多面体は 1 辺の長さが $\frac{2}{3}$ の正六面体である。

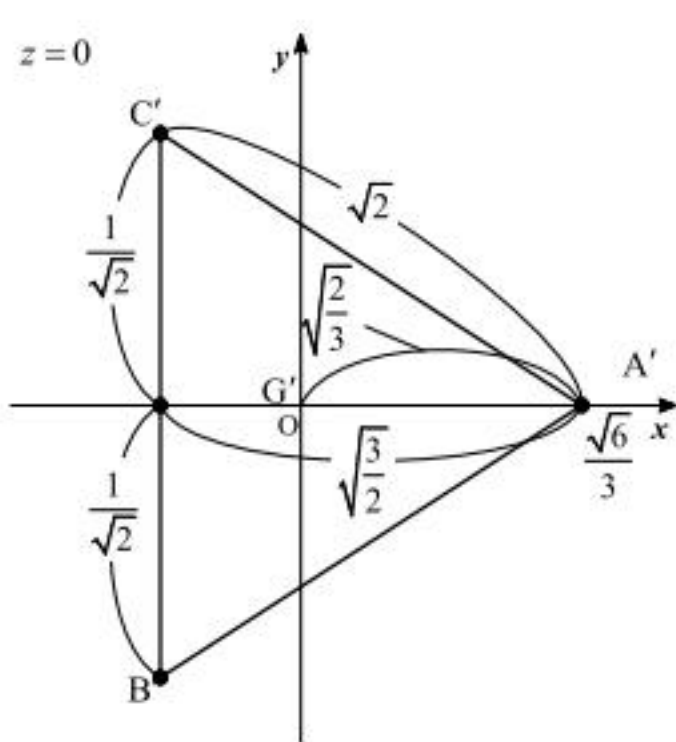
次に，正八面体 A'B'C'D'E'F' について考える。正八面体 A'B'C'D'E'F' は正八面体 ABCDEF を回転及び平行移動して得られるから，各点の相対的な位置関係は正八面体 ABCDEF と等しい。よって，

$$A'G'=AG=\sqrt{\left(\frac{1}{3}-0\right)^2+\left(\frac{1}{3}-0\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

であり，条件(1)より $G'(0,0,0)$ ，条件(2)より A' の y,z 座標は 0 で， x 座標は正であるから，

$A'\left(\sqrt{\frac{2}{3}},0,0\right)$ が得られる。△ A'B'C' が 1 辺の長さが $\sqrt{2}$ の正三角形であり，上図と条件(3)から，

B' よりも C' の y 座標が大きくなることに注意して，以下に xy 平面上の△ A'B'C' を図示する。



上図より，点 B',C' の座標は，

$$B'\left(-\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{2}},0\right),C'\left(-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$$

と表せる。また，正八面体 ABCDEF において，

$$\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot 0+\frac{1}{3}\cdot (-1)=0$$

$$\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\cdot 0+\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot (-1)=0$$

であり， $\left|\overrightarrow{OG}\right|\neq 0,\left|\overrightarrow{AB}\right|\neq 0,\left|\overrightarrow{AC}\right|\neq 0$ を満たすから，直線 OG は平面 ABC に対して垂直である。

これより，正八面体 ABCDEF を正八面体 A'B'C'D'E'F' にうつす回転及び平行移動によって，原点 O が点 O' にうつったとすると，直線 O'G' は平面 A'B'C'，すなわち平面 $z=0$ に対して垂直であり，

$$O'G'=OG=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

であるから，条件(3)に注意すると点 O' は正八面体の内部にあり， $O'\left(0,0,\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ と表せる。こ

こで上図より，正八面体 ABCDEF は原点 O に関して対称な多面体であるから，同様に正八面体 A'B'C'D'E'F' も点 O' に関して対称な多面体である。したがって，3 点 A',B',C' が xy 平面上にあるから，3 点 D',E',F' も xy 平面と平行な上にあり，△ D'E'F' の重心を I とすると，対称性より 3 点 G',O',I は一直線上(z 軸上)に存在し，

$$O'I=O'G'=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore GI=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

であるから 3 点 D',E',F' は平面 $z=\frac{2}{\sqrt{3}}$ 上にある。以上より，点 A' と点 F'，点 B' と点 D'，点

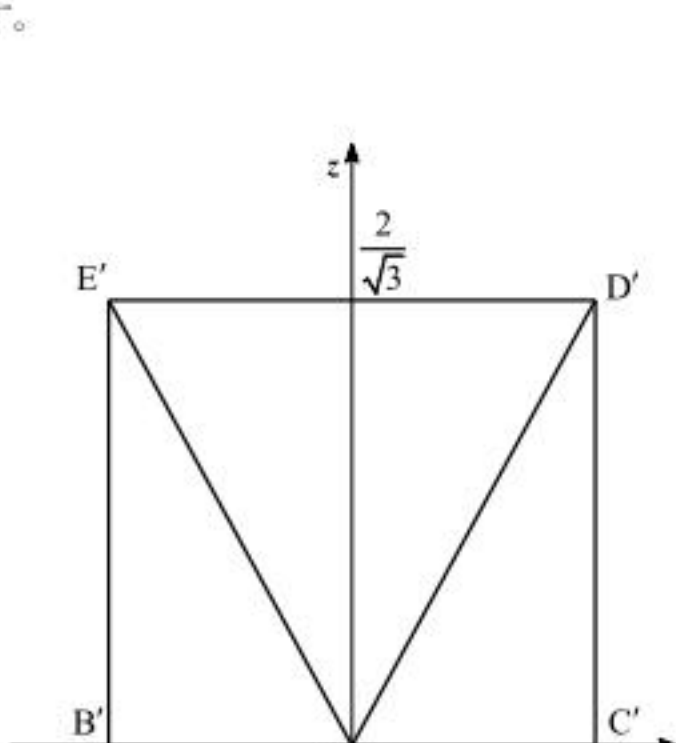
C' と点 E' がそれぞれ点 O' に関して対称であるから，3 点 D',E',F' の座標は，それぞれ，

$$D'\left(\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

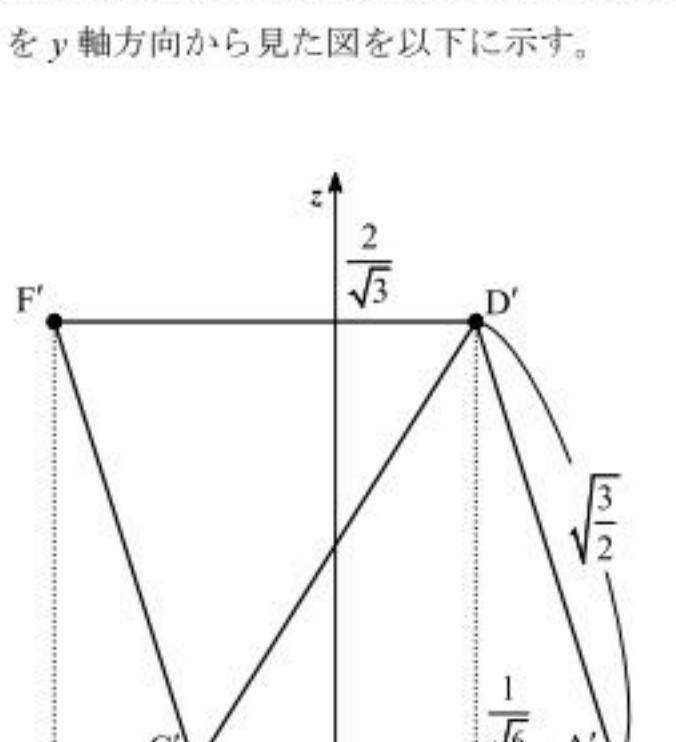
$$E'\left(\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$F'\left(-\sqrt{\frac{2}{3}},0,\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

である。以上，6 点 A',B',C',D',E',F' の座標に基づいて，正八面体 A'B'C'D'E'F' を x 軸方向から見た図を以下に示す。



上図より，正八面体 A'B'C'D'E'F' を x 軸方向から見た輪郭は正方形でない長方形である。また，正八面体 A'B'C'D'E'F' を y 軸方向から見た図を以下に示す。



上図より，正八面体 A'B'C'D'E'F' を y 軸方向から見た輪郭は正方形でないひし形である。

【解答】

サ	シ	ス	セ	ソ	タ
n	a	a	o	f	h

【解説】

部分積分法を用いると、

$$\cos n\pi x = \left(\frac{1}{n\pi} \sin n\pi x \right)'$$

であるから、

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\cos n\pi x}{1+x} dx &= \int_0^1 \left(\frac{1}{n\pi} \sin n\pi x \right)' \cdot \frac{1}{1+x} dx \\ &= \frac{1}{n\pi} \left[\frac{\sin n\pi x}{1+x} \right]_0^1 - \int_0^1 \left(\frac{1}{n\pi} \sin n\pi x \right) \cdot \left(\frac{1}{1+x} \right)' dx \\ &= - \int_0^1 \left(\frac{1}{n\pi} \sin n\pi x \right) \cdot \frac{-1}{(1+x)^2} dx \quad (\because \sin n\pi = 0) \\ &= \frac{1}{n\pi} \int_0^1 \frac{\sin n\pi x}{(1+x)^2} dx \end{aligned}$$

である。右辺の絶対値について、被積分関数の絶対値は1以下であるから、

$$\begin{aligned} -1 &\leq \frac{\sin n\pi x}{(1+x)^2} \leq 1 \\ \Rightarrow - \int_0^1 dx &\leq \int_0^1 \frac{\sin n\pi x}{(1+x)^2} dx \leq \int_0^1 dx \\ \Leftrightarrow \left| \int_0^1 \frac{\sin n\pi x}{(1+x)^2} dx \right| &\leq \int_0^1 dx = 1 \\ \Leftrightarrow 0 &\leq \frac{1}{n\pi} \left| \int_0^1 \frac{\sin n\pi x}{(1+x)^2} dx \right| \leq \frac{1}{n\pi} \end{aligned}$$

が成り立ち、さらに、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\pi} = 0$$

であるから、はさみうちの原理より、

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\pi} \left| \int_0^1 \frac{\sin n\pi x}{(1+x)^2} dx \right| &= 0 \\ \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \int_0^1 \frac{\cos n\pi x}{1+x} dx \right| &= 0 \\ \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{\cos n\pi x}{1+x} dx &= 0 \end{aligned}$$

が得られる。

次に、 $k=1, 2, \dots, n$ とする。 $\frac{k-1}{n} \leq x \leq \frac{k}{n}$ のとき、

$$\frac{|\cos n\pi x|}{1+\frac{k}{n}} \leq \frac{|\cos n\pi x|}{1+x} \leq \frac{|\cos n\pi x|}{1+\frac{k-1}{n}} \quad \dots \textcircled{1}$$

である。ここで、 $\int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} |\cos n\pi x| dx$ について $x = \frac{t+(k-1)\pi}{n\pi} \Leftrightarrow t = \{nx - (k-1)\}\pi$ とすると、

$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{n\pi}$ であり、積分区間は次のように変化する。

$$\begin{array}{c|cc} x & \frac{k-1}{n} & \rightarrow & \frac{k}{n} \\ \hline t & 0 & \rightarrow & \pi \end{array}$$

また、整数 k に対し、 $\cos(t+\pi) = -\cos t$ から帰納的に $\cos\{t+(k-1)\pi\} = (-1)^{k-1} \cos t$ となる。よ

って求める積分は

$$\begin{aligned} \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} |\cos n\pi x| dx &= \int_0^\pi |\cos\{t+(k-1)\pi\}| \cdot \frac{1}{n\pi} dt \\ &= \frac{1}{n\pi} \int_0^\pi |(-1)^{k-1} \cos t| dt \\ &= \frac{1}{n\pi} \int_0^\pi |\cos t| dt \\ &= \frac{1}{n\pi} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t dt - \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \cos t dt \right) \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ [\sin t]_0^{\frac{\pi}{2}} - [\sin t]_{\frac{\pi}{2}}^\pi \right\} \\ &= \frac{2}{n\pi} \end{aligned}$$

である。よって、 $\textcircled{1}$ の各辺を $x = \frac{k-1}{n}$ から $x = \frac{k}{n}$ まで積分し、 k について1から n までの和をと

れば、

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} \frac{|\cos n\pi x|}{1+\frac{k}{n}} dx &\leq \sum_{k=1}^n \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} \frac{|\cos n\pi x|}{1+x} dx \leq \sum_{k=1}^n \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} \frac{|\cos n\pi x|}{1+\frac{k-1}{n}} dx \\ \Leftrightarrow \frac{2}{n\pi} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+\frac{k}{n}} &\leq \int_0^1 \frac{|\cos n\pi x|}{1+x} dx \leq \frac{2}{n\pi} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+\frac{k-1}{n}} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+\frac{k}{n}} &\leq \int_0^1 \frac{|\cos n\pi x|}{1+x} dx \leq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+\frac{k-1}{n}} \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

が成り立つ。 $\textcircled{2}$ において $n \rightarrow \infty$ とすると、区分求積法を用いることで、

$$(\text{左辺}) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+\frac{k}{n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{2}{\pi(1+x)} dx$$

$$(\text{右辺}) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{1+\frac{k}{n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{2}{\pi(1+x)} dx$$

であるから、左辺と右辺はともに、

$$\int_0^1 \frac{2}{\pi(1+x)} dx$$

に収束する。この値を計算して、

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{2}{\pi(1+x)} dx &= \left[\frac{2}{\pi} \log|1+x| \right]_0^1 \\ &= \frac{2}{\pi} \log 2 \end{aligned}$$

であるから、 $\textcircled{2}$ とはさみうちの原理より、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{|\cos n\pi x|}{1+x} dx = \frac{2 \log 2}{\pi}$$

が得られる。

III

(1)

ℓ は点 $P(a, a^3 - 3a)$ を通り、傾きが k の直線であるから

$$y = k(x - a) + a^3 - 3a \quad \cdots \textcircled{1}$$

と表される。 $C: y = x^3 - 3x$ と ℓ が相異なる 3 点で交わるためには

$$x^3 - 3x = k(x - a) + a^3 - 3a \quad \cdots \textcircled{2}$$

が、相異なる 3 つの実数解を持てばよい。

$$\textcircled{2} \Leftrightarrow x^3 - (k + 3)x + ka - a^3 + 3a = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - a)(x^2 + ax - k + a^2 - 3) = 0$$

であるから、 $\textcircled{2}$ が相異なる 3 つの実数解を持つためには、方程式

$$x^2 + ax - k + a^2 - 3 = 0 \quad \cdots \textcircled{3}$$

が、 $x = a$ 以外の相異なる 2 つの実数解を持てばよい。 $\textcircled{3}$ が $x = a$ の解を持つとき

$$a^2 + a \cdot a - k + a^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow k = 3(a^2 - 1)$$

である。よって、 D を方程式 $\textcircled{3}$ の判別式とすると、求める条件は

$$D > 0 \quad \text{かつ} \quad k \neq 3(a^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4(-k + a^2 - 3) > 0 \quad \text{かつ} \quad k \neq 3(a^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow k > \frac{3}{4}(a^2 - 4) \quad \text{かつ} \quad k \neq 3(a^2 - 1)$$

である。

$$(\text{答}) \quad k > \frac{3}{4}(a^2 - 4) \quad \text{かつ} \quad k \neq 3(a^2 - 1)$$

(2)

$f(x) = x^3 - 3x$ とすると、

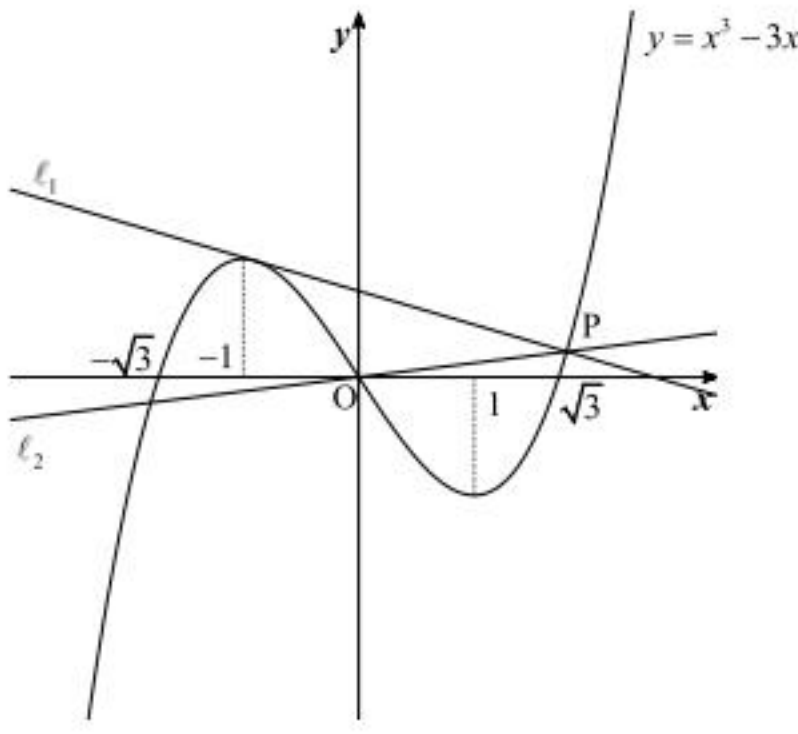
$$f(x) = x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x + 1)(x - 1)$$

であり、増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$

したがって、 $y = f(x)$ と直線 ℓ のグラフは以下のようになる。



図のように、 $x = a$ 以外で C と接するときの ℓ を ℓ_1 、原点を通るとき ℓ を ℓ_2 とする。 ℓ_1 の傾きは、(1)の $\textcircled{3}$ の判別式において $D = 0$ を満たすことより

$$k = \frac{3}{4}(a^2 - 4)$$

となる。 ℓ_2 の傾きは、 $\textcircled{1}$ に $(x, y) = (0, 0)$ を代入して

$$0 = -ka + a^3 - 3a \Leftrightarrow k = a^2 - 3 \quad (\because a > 1)$$

と求まる。したがって、 C と ℓ が相異なる 3 点で交わり、さらに点 P 以外の交点の x 座標がいずれも負となるのは、直線 ℓ の傾き k が ℓ_1 より大きく、かつ ℓ_2 より小さいときである。したがって、求める条件は

$$\frac{3}{4}(a^2 - 4) < k < a^2 - 3$$

である。

$$(\text{答}) \quad \frac{3}{4}(a^2 - 4) < k < a^2 - 3$$

(3)

$a = \sqrt{3}$ のとき、直線 ℓ の式 $\textcircled{1}$ は

$$y = k(x - \sqrt{3})$$

となり、(1)の方程式 $\textcircled{3}$ は

$$x^2 + \sqrt{3}x - k = 0 \quad \cdots \textcircled{4}$$

となる。また(2)より、 k のとりうる値の範囲は

$$-\frac{3}{4} < k < 0$$

である。 x_1, x_2 は方程式 $\textcircled{4}$ の 2 解であるから、解と係数の関係より

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\sqrt{3} \\ x_1 x_2 = -k \end{cases}$$

が成り立つ。また、 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ は直線 $y = k(x - \sqrt{3})$ 上の点であるから

$$\begin{cases} y_1 = k(x_1 - \sqrt{3}) \\ y_2 = k(x_2 - \sqrt{3}) \end{cases}$$

である。よって、 $\triangle OQR$ の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1| \\ &= \frac{1}{2} |x_1 \cdot k(x_2 - \sqrt{3}) - x_2 \cdot k(x_1 - \sqrt{3})| \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{2} k |x_1 - x_2| \quad (\because k < 0) \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{2} k (x_2 - x_1) \quad (\because x_1 < x_2) \end{aligned}$$

と表される。ここで

$$\begin{aligned} (x_2 - x_1)^2 &= (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 \\ &\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 3 + 4k \\ &\Leftrightarrow x_2 - x_1 = \sqrt{3 + 4k} \quad \left(\because k > -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 4k + 3 > 0 \right) \end{aligned}$$

であるから、

$$S = -\frac{\sqrt{3}}{2} k \sqrt{3 + 4k}$$

である。

$$(\text{答}) \quad S = -\frac{\sqrt{3}}{2} k \sqrt{3 + 4k}$$

(4)

$k < 0$ より $-k\sqrt{3 + 4k} > 0$ であるから、 S が最大のとき $(-k\sqrt{3 + 4k})^2$ も最大であり、これを T とおくと

$$T = (-k\sqrt{3 + 4k})^2 = k^2(3 + 4k) = 4k^3 + 3k^2$$

である。

$$\frac{dT}{dk} = 12k^2 + 6k = 6k(2k + 1)$$

であるから、 $-\frac{3}{4} < k < 0$ における増減表は以下のようになる。

k	$-\frac{3}{4}$	$\cdots$	$-\frac{1}{2}$	$\cdots$	0
$\frac{dT}{dk}$		$+$	0	$-$	
T		$\nearrow$	最大	$\searrow$	

したがって、 T および S は $k = -\frac{1}{2}$ で最大値をとることがわかる。このときの S の値は

$$S = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \sqrt{3 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

である。

$$(\text{答}) \quad \text{最大値} \quad \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(1)

$$f(x) = e^x \text{ より,}$$

$$f'(x) = f''(x) = e^x$$

$$\text{である。また, } g(x) = Ax^2 + Bx + C \text{ より,}$$

$$g'(x) = 2Ax + B, g''(x) = 2A$$

である。したがって

$$f(a) = g(a) \Leftrightarrow Aa^2 + Ba + C = e^a \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f'(a) = g'(a) \Leftrightarrow 2Aa + B = e^a \quad \dots \textcircled{2}$$

$$f''(a) = g''(a) \Leftrightarrow 2A = e^a \quad \dots \textcircled{3}$$

である。③より $A = \frac{e^a}{2}$ である。よって②より

$$\begin{aligned} B &= e^a - 2Aa \\ &= e^a - 2a \cdot \frac{e^a}{2} \\ &= (1-a)e^a \end{aligned}$$

である。また、①より

$$\begin{aligned} C &= e^a - Aa^2 - Ba \\ &= e^a - \frac{e^a}{2}a^2 - a(1-a)e^a \\ &= \left(\frac{1}{2}a^2 - a + 1\right)e^a \end{aligned}$$

である。

$$(\text{答}) \quad A = \frac{1}{2}e^a, B = (1-a)e^a, C = \left(\frac{1}{2}a^2 - a + 1\right)e^a$$

(2)

(1)の結果を焦点 F の座標 $\left(-\frac{B}{2A}, \frac{1-B^2}{4A} + C\right)$ に代入すると,

$$\begin{aligned} -\frac{B}{2A} &= -\frac{e^a(1-a)}{2 \cdot \frac{1}{2}e^a} = a-1 \quad (\because e^a > 0) \\ \frac{1-B^2}{4A} + C &= \frac{1-(1-a)^2 e^{2a}}{4 \cdot \frac{1}{2}e^a} + \left(\frac{1}{2}a^2 - a + 1\right)e^a \\ &= \frac{1}{2e^a} - \frac{(1-a)^2}{2}e^a + \left(\frac{1}{2}a^2 - a + 1\right)e^a \\ &= \frac{1}{2}(e^a + e^{-a}) \end{aligned}$$

となるので、焦点 F の座標は $\left(a-1, \frac{1}{2}(e^a + e^{-a})\right)$ である。

$$(\text{答}) \quad \left(a-1, \frac{1}{2}(e^a + e^{-a})\right)$$

(3)

線分 FR の傾きは

$$\frac{e^a - \frac{1}{2}(e^a + e^{-a})}{a - (a-1)} = \frac{1}{2}(e^a - e^{-a})$$

である。これが $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ となるとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(e^a - e^{-a}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \Leftrightarrow e^{2a} + \frac{2}{\sqrt{3}}e^a - 1 &= 0 \quad (\because 2e^a > 0) \\ \Leftrightarrow \left(e^a - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)(e^a + \sqrt{3}) &= 0 \end{aligned}$$

となる。 $e^a > 0$ から $e^a + \sqrt{3} > 0$ より、 $e^a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ である。したがって

$$p = \log \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{2} \log 3$$

である。また、線分 FR の傾きが 0 のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(e^a - e^{-a}) &= 0 \\ \Leftrightarrow e^a &= e^{-a} \end{aligned}$$

となる。このとき両辺の自然対数をとると

$$\begin{aligned} \log e^a &= \log e^{-a} \\ \Leftrightarrow a &= -a \\ \Leftrightarrow a &= 0 \end{aligned}$$

となる。したがって $q = 0$ である。

$$(\text{答}) \quad p = -\frac{1}{2} \log 3, q = 0$$

(4)

焦点 F の座標を (x, y) とすると

$$\begin{aligned} x &= a-1 \\ y &= \frac{1}{2}(e^a + e^{-a}) \end{aligned}$$

となる。このとき

$$\begin{aligned} \frac{dx}{da} &= 1 \\ \frac{dy}{da} &= \frac{1}{2}(e^a - e^{-a}) \end{aligned}$$

である。したがって焦点 F が描く曲線の長さは

$$\begin{aligned} \int_p^q \sqrt{\left(\frac{dx}{da}\right)^2 + \left(\frac{dy}{da}\right)^2} da &= \int_{-\frac{1}{2} \log 3}^0 \sqrt{1 + \left\{\frac{1}{2}(e^a - e^{-a})\right\}^2} da \\ &= \int_{-\frac{1}{2} \log 3}^0 \sqrt{\left\{\frac{1}{2}(e^a + e^{-a})\right\}^2} da \\ &= \int_{-\frac{1}{2} \log 3}^0 \frac{1}{2}(e^a + e^{-a}) da \quad (\because e^a > 0, e^{-a} > 0) \\ &= \frac{1}{2} [e^a - e^{-a}]_{-\frac{1}{2} \log 3}^0 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

である。

$$(\text{答}) \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$$