

2018 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 14:50～15:50 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 2つの袋 A と B があり、 A には白玉 3 個と赤玉 2 個が、 B には白玉 4 個と赤玉 6 個が入っている。以下の問に答えよ。(30 点)

(1) 袋 A と B からそれぞれ 1 個の玉を取り出して、 A から取り出した玉は B に入れ、 B から取り出した玉は A に入れる。このとき、次の問に答えよ。

(a) 袋 A と B のどちらからも白玉が取り出される確率を求めよ。

(b) 袋 A の中の白玉と赤玉の個数が変わらない確率を求めよ。

(2) 袋 A と B からそれぞれ 2 個の玉を取り出して、 A から取り出した玉は B に入れ、 B から取り出した玉は A に入れる。このとき、どちらかの袋の中の玉が全て同色となる確率を求めよ。

(3) 1 個の公平なサイコロを投げて、 $\{1, 2, 3, 4\}$ のうちのいずれかの目が出たら袋 A から玉を 1 個取り出し、 $\{5, 6\}$ のうちのいずれかの目が出たら袋 B から玉を 1 個取り出す。このとき、次の問に答えよ。

(a) 白玉が取り出される確率を求めよ。

(b) 取り出した玉が白玉であったとき、それが袋 A から取り出した玉である確率を求めよ。

II 原点を O とする座標平面上に 2 点 $P(2\cos\theta, 2\sin\theta)$, $Q\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ をとる。ただし, $-\pi < \theta < \pi$ であるとする。以下の問に答えよ。(35 点)

(1) ベクトル $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ の内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を θ を用いて表せ。

(2) 問 (1) の内積を θ の関数とみて $f(\theta)$ と表すとき, $f(\theta)$ の最大値を求めよ。

(3) 不等式 $f(\theta) \geq 0$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(4) θ が問 (3) の範囲を動くとき, 関数 $y = (f(\theta) + 1)^2(2 - f(\theta))$ の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの θ の値を求めよ。

III x についての整式 $P(x) = ax^{3n} + bx^{3n-1}$ を $x^2 + x + 1$ で割った余りが $x + 3$ であるとする。ただし、 a, b は実数の定数で、 n は自然数の定数である。以下の問に答えよ。(35 点)

- (1) 方程式 $x^3 - 1 = 0$ の解をすべて求めよ。
- (2) 問 (1) の 1 以外の解の 1 つを ω と表すとき、もう 1 つの解は ω^2 であることを示せ。
- (3) ω, ω^2 はともに方程式 $P(x) - x - 3 = 0$ の解であることを示せ。
- (4) a, b の値を求めよ。