

2018 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 10:30～11:30 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

(設問は 2 ページより始まる)

I 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = 2b_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき，以下の問いに答えよ。(25 点)

- (i) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (ii) 数列 $\{b_n\}$ の階差数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。ただし， $c_n = b_{n+1} - b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) である。

(設問は次のページにつづく)

II $OA=2$, $OB=5$, $\angle AOB = 60^\circ$ である $\triangle OAB$ において、点A から辺OB に下した垂線の交点をD、点D から辺AB に下した垂線の交点をE とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、以下の問いに答えよ。(25 点)

(i) $\overrightarrow{OD}$ を, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(ii) $\overrightarrow{OE}$ を, $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(設問は次のページにつづく)

III a を正の定数とする。放物線 $C: y = (x - a)^2 + a + \frac{1}{4}$ に対して、原点 O から傾きが正の接線 l を引くと、 l と x 軸とのなす角が 45° であった。このとき、以下の問いに答えよ。(25 点)

- (i) C と l の接点の座標を $(t, (t - a)^2 + a + \frac{1}{4})$ とするとき、 t を、 a を用いて表せ。
- (ii) C , l , および y 軸によって囲まれる領域の面積が 9 となるような a の値を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

IV 花瓶 A には、赤いバラ 2 本、黄色いバラ 2 本、白いバラ 2 本の計 6 本のバラが挿されている。花瓶 B, C にも同様に各色 2 本、計 6 本のバラがそれぞれ挿されている。今、花瓶 A, B, C からそれぞれ 2 本のバラを取り出して計 6 本の花束を作る。このとき、以下の問いに答えよ。なお、答えの数値は分数のままでよい。(25 点)

- (i) 可能な花束の種類は何通りあるか答えよ。ただし、例えば「花瓶 A から赤 2 本、花瓶 B から黄 2 本、花瓶 C から白 2 本」の花束と「花瓶 A から黄 2 本、花瓶 B から赤 2 本、花瓶 C から白 2 本」の花束とは同じ種類の花束とみなす。
- (ii) 花束に赤いバラが無い確率を求めよ。
- (iii) 花束の赤いバラが 2 本である確率を求めよ。

(以下計算用紙)

1

2

3

(