

2018 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 16:35～17:35 60 分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

(設問は 2 ページより始まる)

I a_0, a_1, a_2 を有理数とし, $f(x) = a_0 + a_1x + \frac{a_2}{2}x(x-1)$ とおく。このとき, 次を示せ。(30 点)

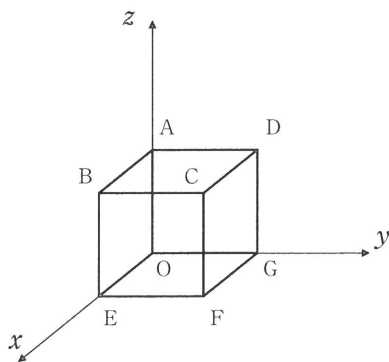
(1) a_0, a_1, a_2 が整数ならば, 任意の整数 n に対して $f(n)$ は整数である。

(2) 1 つの整数 n に対して $f(n), f(n+1), f(n+2)$ が整数ならば, a_0, a_1, a_2 は整数である。

(設問は次のページにつづく)

II 次の問に答えよ。(40 点)

- (1) $\triangle ABC$ の面積を, ベクトル $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ の大きさ $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$ と内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ とで表せ。
- (2) O を原点とする座標空間に, 1 辺の長さが 1 の立方体 $ABCD-OEFG$ がある。 t を $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ とし, この立方体を $P(2t, 0, 0)$, $Q(0, 2t, 0)$, $R(0, 0, t)$ を頂点とする $\triangle PQR$ で切るとき, 切り口の面積を求めよ。



(設問は次のページにつづく)

III a, b を実数とする。曲線 $C : y = x^3 + ax + b$ について、次の問に答えよ。(30 点)

- (1) 点 A $(p, p^3 + ap + b)$ における曲線 C の接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 直線 l が点 A 以外の点 B $(q, q^3 + aq + b)$ で交わるとする。 $(p, 0)$ と $(q, 0)$ との距離 d を p で表せ。
- (3) 曲線 C と直線 l とで囲まれた面積を d で表せ。

(以下計算用紙)