

2018 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 16:35～17:35 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

(設問は 2 ページより始まる)

I 次の各問いに答えよ。答は結果のみ解答欄に記入せよ。(36 点)

- (1) 次の式を簡単にせよ。ただし、 a 、 b は正の定数とする。

$$\sqrt[3]{a^4b^3} \times \sqrt[3]{a^3b^2} \times (a^2\sqrt[3]{b^5})^{-1}$$

- (2) 次の2次関数のグラフの頂点の座標を求めよ。

$$y = 2x^2 + x - 1$$

- (3) 次のように定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -2a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (4) $0 \leq x < \pi$ のとき、次の方程式を解け。

$$\sin 2x = \sqrt{3} \cos x$$

- (5) $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。辺 OA を $1:2$ に内分する点を C 、辺 OB を $4:1$ に外分する点を D とし、線分 CD と AB の交点を E とする。このとき、 $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表せ。

- (6) 次の条件をみたす2次関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(0) = 3, \quad f'(1) = 0, \quad \int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{20}{3}$$

(設問は次のページにつづく)

II 1 個のさいころを n 回投げるとき、3 の目が少なくとも 1 回出る確率を p_n とおく。このとき、以下の問いに答えよ。(32 点)

(1) p_n を n を用いて表せ。

(2) 1 個のさいころを 100 回投げるとき、奇数の目が少なくとも 1 回出る確率を q とおく。このとき、 $p_n \geq q$ が成り立つような最も小さい自然数 n の値を求めよ。必要ならば、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算せよ。

(設問は次のページにつづく)

III 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3a^2x$ がある。ただし、 a は正の定数とする。このとき、以下の問いに答えよ。(32 点)

- (1) $f(x)$ が $-2 \leq x \leq 2$ の範囲において極値をとらないような a の値の範囲を求めよ。また、そのときの $f(x)$ の最大値と最小値をそれぞれ a で表せ。
- (2) $f(x)$ が $-2 \leq x \leq 2$ の範囲において極値をとるとき、 $f(x)$ の最大値と最小値をそれぞれ a で表せ。

(以下計算用紙)

