2021 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

（試験時間　14：50～15：50　60 分）

1．この問題冊子が，出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙のみです。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となります。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙を折り曲げたり，切り離したり，汚したりしないでください。

6．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は，当該科目は無効になります。

（設問は 2 ページより始まる）

I　A, B, C の 3 人が円卓を囲んでいる。この 3 人がじゃんけんをし, B だけが勝てば 3 人が時計回りに隣の席に移り, C だけが勝てば 3 人が反時計回りに隣の席に移る。それ以外の場合, 例えば A, B, C のうち, A だけが勝った場合や 2 人が勝った場合などは席を移動しない。以下の問に答えよ。(30 点)

(1) 1 回のじゃんけんをした後に, A, B, C が時計回りに動く確率 q を求めよ。

(2) 1 回のじゃんけんをした後に, A が動かない確率 p を求めよ。

(3) n を自然数とする。n 回のじゃんけんをした後に A が初めの位置にもどっている確率を p_n とするとき, 漸化式

$$p_{n+1} = \frac{2}{3}p_n + \frac{1}{9}$$

が成り立つことを示せ。

(4) p_n を求めよ。

（設問は次のページにつづく）

II　座標平面上の 3 点 A, B, C を, それらの座標が

$$\mathrm{A}\,(1+\cos\alpha, \sin\alpha), \quad \mathrm{B}\,(2+2\cos\beta, 2\sin\beta), \quad \mathrm{C}\,(1, 0)$$

なるものとする。ただし, α, β は

$$(*) \quad 0 < \alpha < \pi, \quad -\pi < \beta < \pi$$

を満たすとする。以下の問に答えよ。(35 点)

(1) 直線 AC の方程式を求めよ。

(2) 点 B と直線 AC との距離 d を α と β を用いて表わせ。

(3) α を固定して β を $(*)$ の範囲で動かすとき, d の最大値を α で表わせ。

(4) α, β を $(*)$ の範囲で動かすとき, $\triangle$ABC の面積 S が最大となる点 A, B の座標と S の最大値を求めよ。

（設問は次のページにつづく）

III　k を $0 < k < 1$ を満たす定数とし, 曲線

$$y = x(x-1)^2 \quad \cdots\cdots ①$$

と直線

$$y = kx \quad \cdots\cdots ②$$

が原点以外の 2 つの異なる点 (a, ka), (b, kb) で交わるものとする。ただし, $0 < a < b$ とする。以下の問に答えよ。(35 点)

(1) k を b で表わせ。

(2) 曲線 ① と直線 ② とが囲む 2 つの図形の面積が等しいとき, k と b の関係式を求めよ。

(3) (2) の条件のもとで, k の値を求めよ。

（以下計算用紙）