2021 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

（試験時間　16：35～17：35　60 分）

1．この問題冊子が，出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙のみです。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となります。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙を折り曲げたり，切り離したり，汚したりしないでください。

6．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は，当該科目は無効になります。

（設問は２ページより始まる）

I　次の問に答えよ。(30 点)

(1)　n を 1 以上の整数とする。等式 $1^2+2^2+\cdots+n^2=\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ を数学的帰納法を用いて証明せよ。

(2)　n を 2 以上の整数とする。和 $1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+(n-1)n$ を求めよ。

(3)　n を 3 以上の整数とする。$1, 2, \cdots, n-1, n$ の中で隣接しない異なる 2 つの数の積の和を求めよ。

（設問は次のページにつづく）

II　座標平面上で A $(0,1)$, B $(-1,0)$, C $(1,0)$ とし，線分 AC 上に点 P をとる。ただし，P $\neq$ A かつ P $\neq$ C とする。また，線分 BP の垂直二等分線と直線 AB の交点を Q とする。次の問に答えよ。(30 点)

(1)　点 P の x 座標を t とするとき，線分 BP の垂直二等分線の方程式および点 Q の座標を求めよ。

(2)　△AQP の面積を S とおく。S を t を用いて表せ。

(3)　t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき，S の最大値とそのときの t の値を求めよ。

（設問は次のページにつづく）

III　$R > 0,\ t > 0$ とする。次の問に答えよ。(40 点)

(1)　3 点 $(0, R), (0, -R), (t, 0)$ を通る円 C の半径を r とし，中心の x 座標を a とする。r, a をそれぞれ R, t を用いて表せ。

(2)　点 (x, y) が円 C の $y \geqq 0$ の部分にあるとき，y^2 を x の関数と考えて $f(x)$ とおく。$f(x)$ を x, R, t を用いて表せ。

(3)　定積分 $\displaystyle\int_0^t f(x)\,dx$ を R, t を用いて表せ。

（以下計算用紙）