

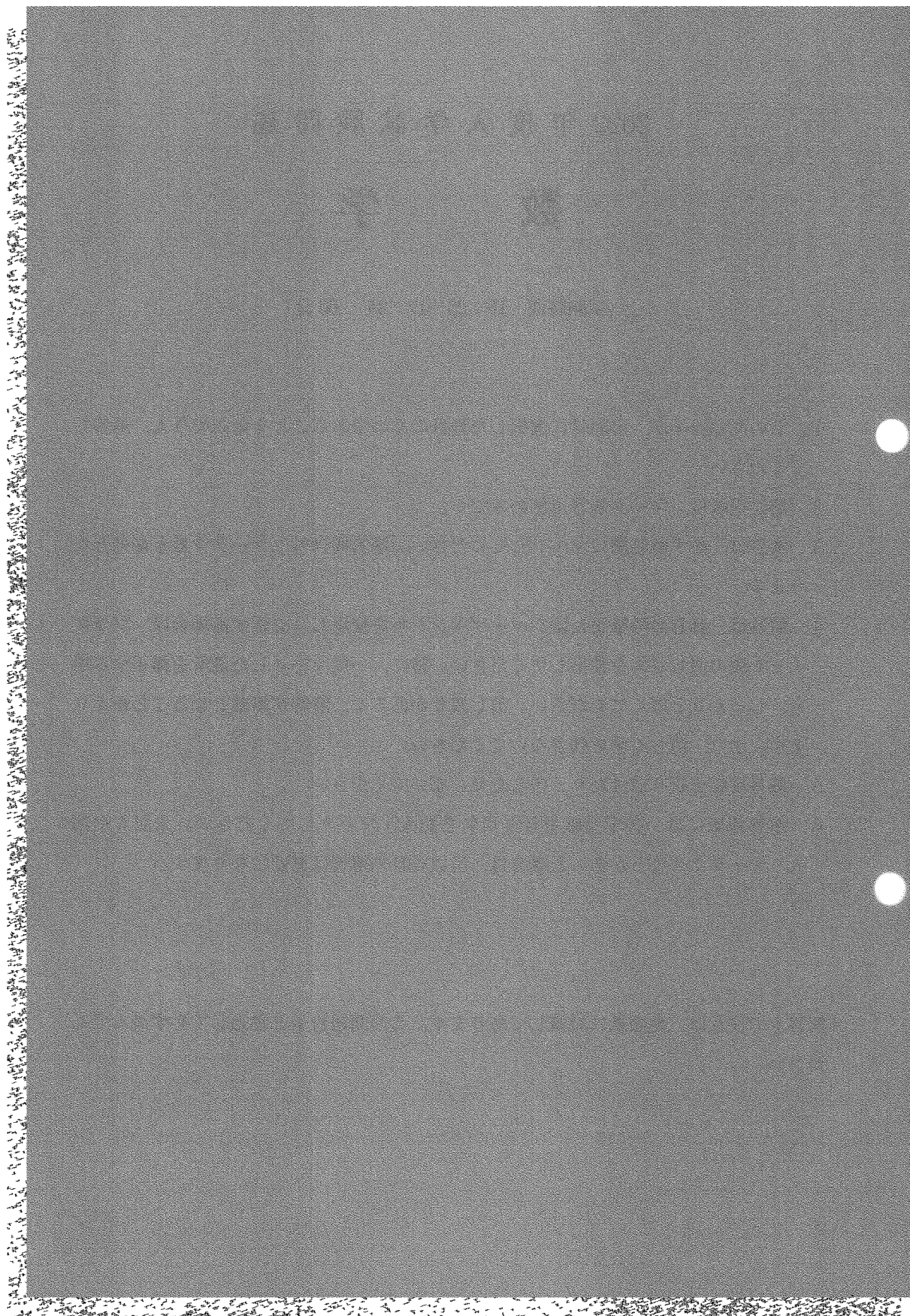
2022 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 16:25～17:25 60 分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、マーク解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄にマークしてください。解答欄以外にマークすると無効となります。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、一度マークした箇所を修正する場合、しっかりと消してください。消し残りがあると、解答が無効となることがあります。また、消しくずを残さないでください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、必ず受験番号と氏名を記入・マークしてください。未記入や記入・マークミスなどがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。



(設問は 2 ページより始まる)

I 三角形 ABC があり

$$AB = 4, BC = 5, \angle B = 60^\circ$$

である。この三角形の外接円を K とする。(15 点)

(1) $AC = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。また、 K の半径は $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) 三角形 ABC の重心を G とすると

$$(\text{三角形 ABG の面積}) = \frac{\boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(3) さらに、直線 AG と直線 BC の交点を D とし、直線 AG と円 K の交点のうち A ではないものを E とすると

$$AD = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad AE = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(設問は次のページにつづく)

II 袋が1つあり，その中に

数字1が書かれた玉が2個，

数字2が書かれた玉が2個，

数字3が書かれた玉が2個

入っている。この袋から無作為に玉を1個取り出して書かれた数字を記録することを3回行う。ただし，取り出した玉は袋に戻さない。

k 回目 ($k = 1, 2, 3$) の記録を X_k とする。(25点)

(1) (i) $X_1 < X_2 < X_3$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(ii) $X_1 = X_2$ である確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。また， $X_1 = X_2 < X_3$ である

確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

(iii) $X_1 \leq X_2 \leq X_3$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

(2) (i) X_1, X_2, X_3 の最大値が3である確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(ii) X_1, X_2, X_3 の最大値が3であるとき， X_1, X_2 の最大値が2である

条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(設問は次のページにつづく)

III 等差数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) があり

$$a_3 = 11, \quad a_9 = 35$$

である。(30 点)

(1) 数列 $\{a_n\}$ の

初項は $\boxed{\text{ア}}$, 公差は $\boxed{\text{イ}}$

である。また

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \boxed{\text{ウエオ}}$$

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(1+k)(1+a_k)} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$b_n = \frac{10000}{a_n} - a_n$$

と定め、 $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とする。 S_n が最大となる n の値は

$$n = \boxed{\text{ケコ}}$$

である。

(3) 等式

$$2a_n = 3a_l + 9$$

を満たす正の整数の組 (n, l) を考える。 n の値が 10 番目に小さい組は

$$(n, l) = (\boxed{\text{サシ}}, \boxed{\text{スセ}})$$

である。また、 $l^2 - 12n$ の最小値は

$$\boxed{\text{ソタチ}}$$

である。

(設問は次のページにつづく)

IV xy 平面上に放物線 $C: y = f(x)$ と直線 $\ell: y = g(x)$ があり

$$f(x) = x^2 + px + q \quad (p, q \text{ は実数の定数})$$

$$g(x) = 3x - 4$$

である。 C と ℓ は異なる 2 点 A, B で交わり、線分 AB の中点は $(1, -1)$ である。(30 点)

(1) A, B の x 座標をそれぞれ a, b とすると

$$b = \boxed{\text{ア}} - a$$

である。また、 $f(x) - g(x) = (x - a)(x - b)$ であるから

$$p = \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) (1)において $0 < a < 1$ とする。 C と ℓ で囲まれる図形の面積を S_1 とすると

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} (\boxed{\text{オ}} - a)^{\boxed{\text{カ}}}$$

であり、 C の $0 \leq x \leq a$ の部分と ℓ と y 軸で囲まれる図形の面積を S_2 とすると

$$S_2 = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} a^3 + a^2$$

である。

(3) (2)において $T = S_1 + S_2$ とする。 $0 < a < 1$ において T が最小となるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

のときであり

$$(T \text{ の最小値}) = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

解答上の注意

1. 問題の文中の ア , イウ などには、数字 (0~9) または符号 (+, -) が入ります。ア, イ, ウ, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。

それらを解答用紙のア, イ, ウ, … で示された解答欄にマークしてください。例えば、アイウ に -83 と答えたいときは、

ア	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	+	●
イ	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	+	-
ウ	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	+	-

としてください。

2. 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母にはつけないでください。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ としてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えた場合は不正解とします。

3. 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで⑩にマークしてください。例えば、キ・クケ に 2.50 と答えるところを、 2.5 のように答えた場合は不正解とします。

4. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。例えば、コ $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えた場合は不正解とします。

5. 根号を含む分数形で解答する場合、例えば、 $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えた場合は不正解とします。