

2022 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 16:35～17:35 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。



(設問は 2 ページより始まる)

I 点 O を中心とする半径 r の円 O の周上に中心角 $\frac{2}{3}\pi$ の弧 AB をとる。このとき、半円より大きい方の弧 AB の上に点 C を、弦の長さの比が $AC:BC=3:1$ となるようにとる。次を求めよ。(30 点)

(1) 弦 AC の長さ

(2) 平面ベクトルの内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$

(3) $\triangle AOC$ の面積

(設問は次のページにつづく)

II a, b, c を整数とする。次の問いに答えよ。(30 点)

(1) $a + b + c$, $ab + bc + ca$ がともに偶数ならば, a, b, c はいずれも偶数であることを証明せよ。

(2) 次の命題の真偽を判定し, 真ならば証明を与え, 偽ならば反例をあげよ。

$a + b + c$, $ab + bc + ca$ がともに 8 の倍数ならば, a, b, c はすべて 4 の倍数である。

(設問は次のページにつづく)

III 2つの放物線

$$C_1: y = x^2, \quad C_2: y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

を考える。次の問いに答えよ。(40点)

- (1) 放物線 C_2 の点 $P(p, ap^2 + bp + c)$ における接線 l の方程式を a, b, c, p で表せ。

以下、(1) で求めた直線 l が放物線 C_1 と異なる2点 $(\alpha, \alpha^2), (\beta, \beta^2)$ ($\alpha < \beta$) で交わると仮定する。

- (2) $(\alpha - \beta)^2$ を a, b, c, p で表せ。

- (3) 直線 l と放物線 C_1 とで囲まれた部分の面積を S とする。 S が点 P の取り方によらず一定であるための a, b, c の条件を求めよ。また、そのときの S を a, b, c で表せ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

