

2022 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 16:35～17:35 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

(設問は 2 ページより始まる)

I 次の設問に答えよ。答は結果のみ解答欄に記入せよ。なお、答が分数になる場合は、分母を有理化せよ。(36 点)

(1) 次の方程式を解け。

$$|x - 1| + 2|x - 3| = 5$$

(2) 3 点 $A(-1, 2)$, $B(5, -1)$, $C(2a + 1, 3)$ が同一直線上にあるとき、 a の値を求めよ。

(3) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき、次の式の値を求めよ。ただし、 $0 < \theta < \pi$ とする。

$$\sin \theta - \cos \theta$$

(4) 次の関数の最大値を求めよ。

$$y = \log_3(x - 2) + \log_3(8 - x)$$

(5) 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, -3, -4)$, $B(-5, -3, 1)$ を頂点とする $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(6) 3 次方程式

$$x^3 - 6x^2 + 9x = a$$

が異なる 3 つの実数解をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

(設問は次のページにつづく)

II 数字の 1, 2, 3, 4, 5 がそれぞれ書かれたカードが 1 枚ずつ, 合計 5 枚入った袋がある。その袋から 1 枚のカードを取り出し, 数字を調べてからもとに戻す。この試行を繰り返し n 回行い, その n 回の試行で取り出したカードの数字の合計が偶数である確率を p_n とする。このとき, 以下の設問に答えよ。(32 点)

- (1) p_1 および p_2 を求めよ。答は既約分数にし, 結果のみ解答欄に記入せよ。
- (2) p_{n+1} を p_n の式で表せ。
- (3) p_n を n の式で表せ。

(設問は次のページにつづく)

III 2 直線 $x - ty = 0$ と $tx + y = 2$ の交点を P とする。ただし、 t は実数とする。このとき、以下の設問に答えよ。(32 点)

- (1) 点 P の座標を t を用いて表せ。答は結果のみ解答欄に記入せよ。
- (2) t がすべての実数値をとって変化するとき、点 P の軌跡を求めよ。
- (3) (2) で求めた軌跡と放物線 $y = \sqrt{2}x^2 + 1$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

