

2023 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 14:50~15:50 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

(設問は 2 ページより始まる)

I 座標平面において、点 (a, b) は直線 $y = x - 2$ 上にある。直線 $\ell: y = ax - b$ と放物線 $C: y = x^2$ で囲まれる面積を S とする。このとき、以下の間に答えよ。(30 点)

- (1) ℓ は定数 a の値によらずある定点を通る。この定点を求めよ。
- (2) ℓ と C の相異なる 2 交点の x 座標をそれぞれ α, β とおく。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。このとき、 $\beta - \alpha$ と S を a を用いて表せ。
- (3) S が最小となるような ℓ を求め、そのときの S の値を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II 実数を係数とする x の整式 $P(x)$ と $Q(x)$ に対し、差 $P(x) - Q(x)$ が $x^2 + x + 1$ で割り切れるとき、 $P(x) \equiv Q(x)$ と表すことにする。このとき、以下の問に答えよ。

(35 点)

(1) x の方程式 $x^2 + x + 1 = 0$ の解の一つを ω と表すとき、もう一つの解は ω^2 であり、また ω^2 は ω の複素共役 $\bar{\omega}$ と等しいことを示せ。

(2) $x^3 \equiv P(x)$ となる次数最小の整式 $P(x)$ を求めよ。

(3) 整式 $P(x), Q(x), R(x), S(x)$ が $P(x) \equiv R(x)$ かつ $Q(x) \equiv S(x)$ を満たすとするとき、 $P(x)Q(x) \equiv R(x)S(x)$ が成り立つことを示せ。

(4) n を 0 以上の整数とすると、 $x^n \equiv P(x)$ となる次数最小の整式 $P(x)$ を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III m 個の白玉と n 個の赤玉が入った袋がある。ただし、 $m \geq 2$, $n \geq 2$ とする。この袋をよくかき混ぜて、2 個を同時に取り出すとき、以下の問に答えよ。(35 点)

(1) 取り出した 2 個が 2 個とも赤玉である確率を求めよ。

(2) $m = 3$ のとき、取り出した 2 個が 2 個とも赤玉である確率が $\frac{1}{2}$ 以上となる最小の n を求めよ。

(3) $n = m + 3$ のとき、取り出した 2 個が 2 個とも赤玉である確率が $\frac{1}{3}$ 以上となる最大の m を求めよ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

1

2