

2023 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 10:30~11:30 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

(設問は2ページより始まる)

I 平面上に $\triangle ABC$ があり, $BC = 4$, $AC = 5$, $AB = 6$ とする。辺 BC 上の点 D は $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ を満たし, 辺 AC 上の点 E は $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ を満たす。線分 AD と線分 BE の交点を H とする。以下の問いに答えよ。(25 点)

(1) AE の長さを求めよ。

(2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。

(3) AH の長さを求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II $\frac{42}{8 - |n^2 - 3|}$ が正の整数となるような正の整数 n をすべて求めよ。(25 点)

(設問は次のページにつづく)

III 2つの曲線

$$y = x^3 - 5x, \quad y = x^2 + a$$

は共有点を持ち、かつ少なくとも1つの共有点における接線が共通である。
以下の問いに答えよ。(25点)

- (1) a の値をすべて求めよ。
- (2) (1)の a の値に対して、共通の接線の方程式を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

IV 以下の問いに答えよ。(25点)

(1) n を正の整数とする。 ${}_nC_0 + {}nC_1 + \cdots + {}nC_n$ を求めよ。

(2) n を 2 以上の整数とし、 k を 1 以上 n 以下の整数とする。
 $k \times {}nC_k = n \times {}_{n-1}C_{k-1}$ を示せ。

(3) n を 2 以上の整数とする。 $1 \times {}nC_1 + 2 \times {}nC_2 + \cdots + n \times {}nC_n$ を求めよ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

