

2023 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 16:35~17:35 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

(設問は 2 ページより始まる)

I 2つの円

$$C_1 : x^2 + y^2 - 3 = 0, \quad C_2 : x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$$

について、次の問いに答えよ。(30点)

- (1) C_1 と C_2 が2点で交わることを示し、それら2つの交点を通る直線の方程式を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 の2つの交点、および原点を通る円の方程式を求めよ。
- (3) C_1 と C_2 の2つの交点を通り、 x 軸に接する円で、 C_2 以外の円の方程式を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II 自然数 n に対し,

$$a_n = (2 + \sqrt{3})^n + (2 - \sqrt{3})^n$$

とする。次の問いに答えよ。(30 点)

(1) a_1, a_2 を求めよ。また, 自然数 n に対し,

$$a_{n+2} + a_n = 4a_{n+1}$$

であることを証明せよ。

(1) により, すべての自然数 n について a_n は整数であることがわかる (このことは証明しなくてよい)。さらに, 次の問いに答えよ。

(2) すべての自然数 n について $a_{n+1} + a_n$ は 3 の倍数である。このことを数学的帰納法によって証明せよ。

(3) a_{2023} を 3 で割ったときの余りを求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III 関数 $f(x) = \int_0^3 |t(t-x)|dt$ について次の問いに答えよ。(40点)

(1) $g(t) = |t(t-2)|$ とするとき, $y = g(t)$ のグラフをかけ。

(2) $f(2)$ を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq 3$ のとき, $f(x)$ を求めよ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

