

2023 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 15:20~17:00 100分)

1. 解答用紙には、記述解答用紙とマーク解答用紙の2種類があります。
2. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入もしくはマークしてください。解答欄以外への記入およびマークはすべて無効となります。特に、記述解答用紙の採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
3. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、一度マークした箇所を修正する場合、しっかりと消してください。消し残りがあると、解答が無効となることがあります。また、消しくずを残さないでください。
4. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。また、マーク解答用紙を記述解答用紙の下敷きに使用しないでください。
5. 解答用紙には、必ず受験番号と氏名を記入・マークしてください。未記入や記入・マークミスなどがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。
6. 満点が100点となる配点表示になっていますが、数学科は満点が200点であり、各問の配点は2倍となります。

(設問は 2 ページより始まる)

I 次の問題文の空欄にもっとも適する答えを解答群から選び、その記号をマーク解答用紙にマークせよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(20点)

さいころを2回ふって出た目の数を順に a, b とし、複素数 α, β を

$$\alpha = \cos \frac{a\pi}{3} + i \sin \frac{a\pi}{3}, \quad \beta = \cos \frac{b\pi}{3} + i \sin \frac{b\pi}{3}$$

と定める (i は虚数単位)。また、 $\alpha - \beta$ の絶対値を $d = |\alpha - \beta|$ とおく。

(1) d のとりうる値は、小さいものから順に

0, , ,

である。 $d = 0$, , , が成り立つ確率はそれぞれ

, , ,

である。

(2) $\alpha - \beta$ が実数となる確率は であり、 $\alpha - \beta$ が実数という条件の下で $d < \input type="text" value="ウ"/>$ が成り立つ条件付き確率は である。

(3) $\alpha^2 = \beta^3$ という条件の下で $\alpha + \beta$ の虚部が正となる条件付き確率は である。

問題 I のア～コの解答群

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{1}{3}$
 g) $\frac{2}{3}$ h) $\frac{1}{4}$ i) $\frac{3}{4}$ j) $\frac{1}{6}$ k) $\frac{5}{6}$ l) $\sqrt{2}$
 m) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ n) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ o) $\sqrt{3}$ p) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ q) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ r) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(設問は次のページにつづく)

II 次の問題文の空欄にもっとも適する答えを解答群から選び、その記号をマーク解答用紙にマークせよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(20点)

- (1) $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ のとき、関数 $\frac{\sin x}{x}$ は する。このことより、 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ では

$$\text{シ} \leq \frac{\sin x}{x} < \text{シ} + 0.05$$

が成り立つ。

- (2) 底面が正五角形 PQRST で、側面が正三角形である五角錐を K とする。ただし、 K の各辺の長さを1とする。底面にはない K の頂点を A とし、線分 PQ の中点を M とする。また、線分 PS と QT の交点を U とする。このとき、 $\triangle PUT$ と $\triangle STP$ は相似であり、線分 PS の長さは である。これより、 $\cos \angle SAM$ の値は

$$\text{セ} - 0.025 \leq \cos \angle SAM < \text{セ} + 0.025$$

を満たす。さらに、(1) の $\frac{\sin x}{x}$ についての結果より、 $\angle SAM$ の大きさは

$$\text{ソ} - 1.5^\circ \leq \angle SAM < \text{ソ} + 1.5^\circ$$

を満たす。

なお、必要ならば、

$$\sqrt{2} = 1.41\dots, \quad \sqrt{3} = 1.73\dots, \quad \sqrt{5} = 2.23\dots$$

を用いてよい。

問題 II のサの解答群

- (a) 区間 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ で増加
 (b) 区間 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ で減少
 (c) 区間 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ で増加し, 区間 $\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ で減少
 (d) 区間 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ で減少し, 区間 $\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ で増加
 (e) 区間 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{1}{2}$ で増加し, 区間 $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ で減少
 (f) 区間 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{1}{2}$ で減少し, 区間 $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ で増加

問題 II のシの解答群

- (a) 0.8 (b) 0.85 (c) 0.9 (d) 0.95 (e) 1 (f) 1.05 (g) 1.1 (h) 1.15

問題 II のスの解答群

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}$ (c) $\sqrt{5}$
 (d) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ (e) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ (f) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 (g) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ (h) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ (i) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$
 (j) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$ (k) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{3}$ (l) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{3}$

問題 II のセの解答群

- (a) -0.4 (b) -0.35 (c) -0.3 (d) -0.25 (e) -0.2 (f) -0.15 (g) -0.1

問題 II のソの解答群

- (a) 105° (b) 108° (c) 111° (d) 114° (e) 117° (f) 120°

(設問は次のページにつづく)

III $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ とし, 曲線 $y = f(x)$ を C とする。以下の問いに答えよ。(30点)

- (1) 曲線 C の変曲点 P の座標を求めよ。
- (2) 曲線 C の点 P における接線 l の方程式を求めよ。また, 直線 l と直線 $y = 1$ の交点の x 座標 a を求めよ。
- (3) b を (2) で求めた a より大きい実数とする。曲線 C と直線 $y = 1, x = a, x = b$ で囲まれた部分の面積 $S(b)$ を求めよ。
- (4) $\lim_{b \rightarrow \infty} S(b)$ を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

IV 以下の問いに答えよ。(30点)

(1) 整式

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \quad (a_n \neq 0)$$

に対し, $f(x+1) - f(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \cdots + b_1 x + b_0$ と表すとき, b_n と b_{n-1} を求めよ。

(2) 整式 $g(x)$ が恒等式 $g(x+1) - g(x) = (x-1)x(x+1)$ および $g(0) = 0$ を満たすとき, $g(x)$ を求めよ。

(3) 整式 $h(x)$ が恒等式 $h(2x+1) - h(2x) = h(x) - x^2$ を満たすとき, $h(x)$ を求めよ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

■

■