

2024 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 14:50～15:50 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

(設問は 2 ページより始まる)

I n を自然数とする。以下の問に答えよ。(30 点)

(1) すべての自然数 k に対して

$$\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{a}{k(k+1)} + \frac{b}{(k+1)(k+2)}$$

を満たす a, b を求めよ。ただし a, b は k によらない定数とする。

(2) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$ を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)}$ を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II 箱 A には赤玉が 2 個，白玉が 1 個入っており，箱 B には赤玉が 1 個，白玉が 2 個入っている。以下では，箱から玉を 1 個取り出し，赤玉か白玉かを確認してから箱へ戻すことをくじ引きと呼ぶ。くじ引きで取り出した玉が赤玉なら当たり，白玉ならはずれとする。

n を 2 以上の整数とし，太郎さんと花子さんは異なる方法でそれぞれくじ引きを n 回行う。

太郎さんの方法 コインを 1 回投げ，表が出たら箱 A でくじ引きを n 回，裏が出たら箱 B でくじ引きを n 回行う。

花子さんの方法 コインを 1 回投げ，表が出たら箱 A でくじ引きを 1 回，裏が出たら箱 B でくじ引きを 1 回行う。これを n 回繰り返す。

太郎さんがちょうど k 回当たる確率を $p(n, k)$ ，花子さんがちょうど k 回当たる確率を $q(n, k)$ とする。以下の問に答えよ。(35 点)

- (1) $n = 3$ のとき， $p(n, k) \geq q(n, k)$ となる k をすべて求めよ。
- (2) $\frac{q(n, k+1)}{q(n, k)}$ を n と k で表せ。また， $n = 10$ のとき， $q(n, k)$ が最大となる k を求めよ。
- (3) 2 以上のすべての整数 n に対して $p(n, 0) > q(n, 0)$ が成り立つことを示せ。

(設問は次のページにつづく)

III a を定数とする。2 つの曲線 $y = x^3 + 3x^2 + 2x$, $y = ax^2$ について、以下の問に答えよ。(35 点)

- (1) a の値で場合分けをして、2 つの曲線の共有点の個数を求めよ。
- (2) 2 つの曲線の共有点が 2 個であるすべての場合について、2 つの曲線で囲まれた部分の面積を求めよ。

(以下計算用紙)

}

}

(計算用紙)

(計算用紙)

1

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

I

I