

2024 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 16:35～17:35 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

(設問は 2 ページより始まる)

I 実数 α, β, γ が関係式

$$\alpha + \beta + \gamma = 1 \quad \dots\dots ①$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 5 \quad \dots\dots ②$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 2 \quad \dots\dots ③$$

をみたしている。このとき、以下の問いに答えよ。(40 点)

(1) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ の値を求めよ。

(2) 次の式 P を計算せよ。

$$P = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) - (x^3 + y^3 + z^3)$$

(3) $\alpha\beta\gamma$ の値を求めよ。

(4) $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$ の値を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II 座標平面上の異なる 4 点 O, A, B, C を考える。 O, A, C の座標はそれぞれ $(0, 0)$, $(4\sqrt{3}, 0)$, $(\sqrt{3}, 7)$ である。また, B は

$$\sqrt{3}CO = \sqrt{3}CB = OB$$

をみたすような点とする。ただし, B の x 座標は正とする。このとき, 以下の問いに答えよ。(30 点)

- (1) C を中心とし, O を通る円の方程式を求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ の内部に点 P をとる。 $\angle OPA = 120^\circ$ が成り立つとき, 3 点 O, P, A を通る円の中心の座標を求めよ。
- (3) (2) の点 P がさらに, $\angle OPB = 120^\circ$ をみたすとする。 P の座標を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III a を定数とし、 $f(x) = -x^3 + 3ax^2 + 3a^2 - 2a$ とおく。また実数 t に対し、点 $P(t, f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線と y 軸との交点の y 座標を $g(t)$ とおく。このとき、以下の問いに答えよ。(30 点)

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $g(t)$ および $g'(t)$ をそれぞれ求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ の接線のうちで原点を通るものが 1 本だけ存在するような a の値の範囲を求めよ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

