

2025 年度 入学試験問題

数 学

(試験時間 14:50~15:50 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、H B の鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

(設問は 2 ページより始まる)

I 座標平面上で、原点 O を中心とし、半径が 2 である円を C とする。また、点 $O_t(t, t)$ を中心とし、原点 O を通る円を C_t とする。ただし、 $t > 0$ とする。以下の間に答えよ。(35 点)

(1) C と C_t が 2 点を共有する t の範囲を求めよ。

以下、 C と C_t は 2 点を共有するとし、2 つの共有点のうち x 座標が大きいものを P 、小さいものを Q とする。

(2) P と Q を通る直線の方程式を求めよ。

(3) P の座標を t を用いて表せ。

(4) \overrightarrow{OP} と $\overrightarrow{O_tP}$ の内積の値を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II n を自然数とする。変量 x および y の値をそれぞれ x_1, x_2, \dots, x_n および y_1, y_2, \dots, y_n とし、いずれも 0 か 1 の値をとるものとする。以下の間に答えよ。(1) は答えのみ解答欄に記入せよ。(30 点)

(1) x_1, x_2, \dots, x_n のうち 1 が k 個であるとする。このとき、変量 x の平均 \bar{x} および分散 s_x^2 を求めよ。

以下、 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ のうち $(1, 1)$ が a 個、 $(1, 0)$ が b 個、 $(0, 1)$ が c 個、 $(0, 0)$ が d 個であるとする。ただし、 a, b, c, d はいずれも 0 以上 n 以下の整数であり、 $a + b + c + d = n$ である。

(2) 2 つの変量 x, y の共分散 s_{xy} を $s_{xy} = \frac{T}{n^2}$ とおく。このとき、 T を a, b, c, d を用いて表せ。ただし、共分散 s_{xy} が

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$$

で求められることを用いてよい。ここで、 \bar{y} は変量 y の平均である。

(3) $n = 100$ のとき、共分散 s_{xy} が最大となる a, b, c, d を求めよ。

(4) 2 つの変量 x, y の相関係数 r が

$$r = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}}$$

であることを示せ。

(設問は次のページにつづく)

III a を定数とし, $a > 1$ とする。関数

$$f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax$$

について以下の間に答えよ。(1) は答えのみ解答欄に記入せよ。(35 点)

- (1) $f'(x)$ を求めよ。また, $f(x)$ の極大値と極小値をそれぞれ a を用いて表せ。
- (2) $f(x)$ の極大値と極小値の差が 8 となる a を求めよ。
- (3) (2) で求めた a に対し, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 0$ によって囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

