2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　　学

（試験時間　16：35～17：35　60 分）

1．この問題冊子が，出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙のみです。

3．解答は，**必ず解答欄の枠内に記入してください**。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に，採点欄に解答を記入しないよう，注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙を折り曲げたり，切り離したり，汚したりしないでください。

6．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は，当該科目の解答は無効になります。

111－SQ－M

(設問は２ページより始まる)

I　数列 $\{a_n\}$ を，条件 $a_1 = 1$ と漸化式

$$a_{n+1} = (n+1)a_n + (n-1)! \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

によって定める。ただし，$0! = 1$ である。また，数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_n}{n!}$$

で定める。このとき，以下の問いに答えよ。(40 点)

(1)　b_1，b_2，b_3 を求めよ。答えのみ記せばよい。

(2)　$\{b_n\}$ の満たすべき漸化式を求めよ。

(3)　$\{b_n\}$ の一般項を求め，$\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4)　n を自然数とする。次の等式を証明せよ。

$$\sum_{k=1}^{n} 2^{k-1} a_k = 2^n n! - 1$$

（設問は次のページにつづく）

II　座標平面において，円 $x^2+(y-2)^2=2$ を C とし，C の $x \leqq 1$ の部分を C_1 とする。また，m，n を実数とする。以下の問いに答えよ。(30 点)

(1)　直線 $y=mx+n$ が円 C に接するとき，m，n の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)　直線 $y=-\sqrt{2}x+n$ と C_1 が少なくとも 1 つの共有点をもつような n の値の範囲を求めよ。

(3)　直線 $y=mx+3m+1$ と C_1 が異なる 2 つの共有点をもつような m の値の範囲を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III　a を実数とする。関数 $y = x^3 - ax + 1$ のグラフを C とし，C の点 P における接線 ℓ が，P 以外の点 Q で C と交わるとする。また，点 P の x 座標を t とおく。以下の問いに答えよ。(30 点)

(1)　点 Q の x 座標を t で表せ。

以下では，点 Q における C の接線と ℓ が直交するものとする。このとき，

(2)　t の満たすべき方程式を求めよ。

(3)　(2) の方程式が実数解をもつための a の条件を求めよ。

（以下計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

(計算用紙)