数　　学

前期日程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでは，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題用紙は4ページで，問題は4問あります。全問に解答しなさい。
   解答は解答用紙に記入しなさい。表面に書ききれない場合は，裏面を使用してもよいが，その場合は必ず表面に「裏面に続く」と記入しなさい。
3. 解答用紙は4枚(その1～その4)あります。
4. 受験番号を，すべての解答用紙の受験番号欄(1枚につき2ヵ所)に正確に記入しなさい。
5. 試験中に問題用紙及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁，汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 試験時間は120分です。
7. 各設問に記載した配点は，200点満点の場合の配点です。なお，一般入試B方式(理科重点)では200点満点を150点満点に換算します。一般入試A方式(数学重点)，帰国子女入試及び私費外国人留学生入試の満点はそれぞれ200点です。
8. 試験終了時に，監督者の指示に従って，すべての解答用紙を提出しなさい。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

19-前-数

1 関数

$$f(x) = (2e - x)\log x \qquad (x > 0)$$

について，以下の問いに答えよ．ただし，$\log x$ は e を底とする自然対数を表す．

(配点 50)

(i) $f(x) = 0$ をみたす x の値をすべて求めよ．

(ii) 導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ．

(iii) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ．

(iv) 不定積分 $I = \displaystyle\int x\log x\,dx$ を求めよ．ただし，積分定数は省略してもよい．

(v) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

2 関数

$$f(x) = \frac{1}{\sin x} - 2\cos 2x - 1 \qquad (0 < x < \pi)$$

について，以下の問いに答えよ． (配点 50)

(i) 導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(ii) 区間 $0 < x < \pi$ において，$f(x) = 0$ をみたす x の値をすべて求めよ．

(iii) 区間 $0 < x < \pi$ における $f(x)$ の極値をすべて求めよ．

(iv) 不定積分 $I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sin x}$ を求めよ．ただし，積分定数は省略してもよい．

(v) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

3 双曲線 $C: \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{64} = 1$ について，以下の問いに答えよ． (配点 50)

(i) C の 2 つの漸近線のうち，C 上の点 $(5, 6)$ との距離が小さい方の漸近線 ℓ_1 の方程式を求めよ．さらに，ℓ_1 と点 $(5, 6)$ との距離 d を求めよ．

(ii) C 上の点 $(5, 6)$ における C の接線の傾きを求めよ．

(iii) m を実数とし，直線 $\ell: 2(m^2+1)x - (m^2-1)y = 16m$ を考える．

(ア) 直線 ℓ が点 $(1, 6)$ を通るような m の値をすべて求めよ．

(イ) m が実数全体を動くとき，直線 ℓ が通過する領域を D とする．領域 D を表す不等式を求めよ．

(ウ) 直線 ℓ が C 上の点 (x_1, y_1) を通るとき，m を x_1, y_1 の 1 次式で表せ．

4 1から6までの目が等しい確率で出るさいころがある．数直線上の点Pに対して，このさいころを投げるたびに，次の操作を行うものとする．

ⓐ 1, 3, 5の目が出たときは，点Pを正の方向へ2動かす．

ⓑ 6の目が出たときは，点Pを正の方向へ1動かす．

ⓒ 2, 4の目が出たときには，点Pは動かさない．

以下の［I］，［II］の問いに答えよ．なお，0はすべての整数の倍数である．

(配点 50)

［I］ 点Pが原点Oにある状態から，さいころを投げて上の操作を行うことをn回繰り返した後の点Pの座標が，2の倍数である確率をp_nとする．

(i) p_1, p_2を求めよ．

(ii) p_{n+1}をp_nを用いて表せ．さらに，p_nをnの式で表せ．

［II］ 点Pが原点Oにある状態から，さいころを投げて上の操作を行うことをn回繰り返した後の点Pの座標が，3の倍数である確率をq_nとする．

(iii) q_2を求めよ．

(iv) q_{n+2}をq_nを用いて表せ．

(v) q_nを求めよ．さらに，極限値$\lim_{n\to\infty} q_n$を求めよ．