

【解答】

(1)	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	
	2	5	6	2	2	4	5	1	4	－	5	
(2)	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ		
	3	7	4	2	9	1	4	5	1	4		

【解説】

(1)(i)

真数と底の条件から $0 < x, x \neq 1$ であり，方程式から

$$\begin{aligned}\log_2 x + 4 \log_x 2 &= -\frac{17}{2} \\ \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{4}{\log_2 x} &= -\frac{17}{2} \\ \Leftrightarrow 2(\log_2 x)^2 + 17 \log_2 x + 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2 \log_2 x + 1)(\log_2 x + 8) &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x &= -\frac{1}{2}, -8 \\ \Leftrightarrow x &= 2^{-\frac{1}{2}}, 2^{-8} \\ \therefore x &= \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{256}\end{aligned}$$

となる。これは， $0 < x, x \neq 1$ を満たす。

(ii)

$$\begin{aligned}t &= \log_2 x + 4 \log_x 2 \\ &= \log_2 x + \frac{4}{\log_2 x}\end{aligned}$$

であり，真数と底の条件から $0 < x, x \neq 1$ である。よって，

$$\begin{aligned}f(x) &= (\log_2 x)^2 + 16(\log_x 2)^2 + \log_{\sqrt{x}} 256 - \log_{\frac{1}{2}} 8x^4 \\ &= (\log_2 x)^2 + 16\left(\frac{1}{\log_2 x}\right)^2 + \frac{\log_2 256}{\log_2 \sqrt{x}} - \frac{\log_2 8x^4}{\log_2 \frac{1}{2}} \\ &= (\log_2 x)^2 + \frac{16}{(\log_2 x)^2} + \frac{16}{\log_2 x} + 3 + 4 \log_2 x \\ &= \left(\log_2 x + \frac{4}{\log_2 x}\right)^2 - 8 + 4\left(\log_2 x + \frac{4}{\log_2 x}\right) + 3 \\ &= t^2 + 4t - 5 \left(\because t = \log_2 x + \frac{4}{\log_2 x}\right) \\ &= (t + 2)^2 - 9\end{aligned}$$

となる。

[1] $1 < x$ のとき

$$\begin{aligned}\log_2 x > 0, \frac{4}{\log_2 x} > 0 \text{ より相加平均と相乗平均の関係より} \\ t &= \log_2 x + \frac{4}{\log_2 x} \\ &\geq 2\sqrt{\log_2 x \cdot \frac{4}{\log_2 x}} \\ \therefore t &\geq 4\end{aligned}$$

である。この t の範囲と $f(x) = (t + 2)^2 - 9$ であることから， $t = 4$ のとき，つまり

$$\begin{aligned}t &= 4 \\ \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{4}{\log_2 x} &= 4 \\ \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - 4 \log_2 x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\log_2 x - 2)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x &= 2 \\ \therefore x &= 4\end{aligned}$$

のとき，最小値 27 をとる。

[2] $0 < x < 1$ のとき

$$\begin{aligned}-\log_2 x > 0, -\frac{4}{\log_2 x} > 0 \text{ より相加平均と相乗平均の関係より} \\ -t &= -\log_2 x - \frac{4}{\log_2 x} \\ &\geq 2\sqrt{(-\log_2 x) \cdot \left(-\frac{4}{\log_2 x}\right)} \\ &\geq 4 \\ \therefore t &\leq -4\end{aligned}$$

である。この t の範囲と $f(x) = (t + 2)^2 - 9$ であることから， $t = -4$ のとき，つまり

$$\begin{aligned}t &= -4 \\ \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{4}{\log_2 x} &= -4 \\ \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + 4 \log_2 x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\log_2 x + 2)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x &= -2 \\ \therefore x &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

のとき，最小値 -5 をとる。

以上，[1], [2]より $f(x)$ は $x = \frac{1}{4}$ で最小値 -5 をとる。

(2)

「 T が奇数になる」という事象は，「選んだ 3 枚のカードすべてが奇数になる」という事象と同値であり，その確率は

$$\begin{aligned}\frac{{}_5C_3}{{}_9C_3} &= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{9 \cdot 8 \cdot 7} \\ &= \frac{5}{42}\end{aligned}$$

である。よって，「 T が偶数になる」という事象は「 T が奇数になる」という事象の余事象であるから，その確率は

$$1 - \frac{5}{42} = \frac{37}{42}$$

となる。 T が 4 の倍数になる確率は， T が偶数になる確率から， T が偶数であるが 4 の倍数でない確率を引けばよく，そのためには 1, 3, 5, 7, 9 の書かれたカードの中から 2 枚，2 または 6 の書かれたカードの中から 1 枚選ばばよい。したがって， T が 4 の倍数になる確率は，

$$\begin{aligned}\frac{37}{42} - \frac{{}_5C_2 \cdot {}_2C_1}{{}_9C_3} &= \frac{37}{42} - \frac{5 \cdot 4 \cdot 2}{9 \cdot 8 \cdot 7} \\ &= \frac{37}{42} - \frac{5}{21} \\ &= \frac{9}{14}\end{aligned}$$

となる。 S が 3 の倍数となる場合を数え上げる。

[1] S が 6 となるとき

選択したカードは (1, 2, 3) である。

[2] S が 9 であるとき

選択したカードは (1, 2, 6), (1, 3, 5), (2, 3, 4) である。

[3] S が 12 であるとき

選択したカードは (1, 2, 9), (1, 3, 8), (1, 4, 7), (1, 5, 6), (2, 3, 7), (2, 4, 6), (3, 4, 5) である。

[4] S が 15 であるとき

選択したカードは (1, 5, 9), (1, 6, 8), (2, 4, 9), (2, 5, 8), (2, 6, 7), (3, 4, 8), (3, 5, 7), (4, 5, 6) である。

[5] S が 18 であるとき

選択したカードは (1, 8, 9), (2, 7, 9), (3, 6, 9), (3, 7, 8), (4, 5, 9), (4, 6, 8), (5, 6, 7) である。

[6] S が 21 であるとき

選択したカードは (4, 8, 9), (5, 7, 9), (6, 7, 8) である。

[7] S が 24 であるとき

選択したカードは (7, 8, 9) である。

以上[1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8]より S が 3 の倍数となる場合は 30 通りである。よって， S が 3 の倍数となる確率は，

$$\frac{30}{{}_9C_3} = \frac{5}{14}$$

となる。

〔解答〕

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	
3	3	2	2	2	3	
キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
5	3	3	8	8	4	3

〔解説〕

$f(x) = 3 + \frac{3a-1}{x-a}$ であり、 $a = \frac{1}{3}$ のとき $f(x)$ は定数関数となり、逆関数は存在しない。よって

$a \neq \frac{1}{3}$ であり、このとき $f(x) \neq 3$ である。ここで、 $x \neq a$ のもとで

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x-1}{x-a} \\ \Leftrightarrow y(x-a) &= 3x-1 \\ \Leftrightarrow x(y-3) &= ay-1 \\ \therefore x &= \frac{ay-1}{y-3} \end{aligned}$$

であるから、 $f^{-1}(x) = \frac{ax-1}{x-3}$ となる。 $f^{-1}(x)$ が $f(x)$ と一致するとき、

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) &= f(x) \\ \Leftrightarrow \frac{ax-1}{x-3} &= \frac{3x-1}{x-a} \\ \Leftrightarrow (ax-1)(x-a) &= (3x-1)(x-3) \\ \Leftrightarrow ax^2 - (a^2+1)x + a &= 3x^2 - 10x + 3 \end{aligned}$$

であり、係数比較すると

$$\begin{cases} a=3 \\ a^2+1=10 \\ a=3 \end{cases} \\ \therefore a=3$$

を得る。 $y=f(x)$ と $y=x$ の交点の x 座標は、

$$\begin{aligned} f(x) &= x \\ \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x-3} &= x \\ \Leftrightarrow 3x-1 &= x(x-3) \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 1 &= 0 \\ \therefore x &= 3 \pm 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

である。この交点のうち、 $x > 3$ の範囲にあるものを $P(p, p)$ とすると $p = 3 + 2\sqrt{2}$ である。

$f^{-1}(x)$ が $f(x)$ と一致しているので、 $y=f(x)$ は $y=x$ に関して対称である。よって、点 A の

x 座標を t として、三角形 OAB が正三角形となるとき、 $A(t, f(t))$, $B(f(t), t)$ である。(点 A の

x 座標) < (点 B の x 座標) であることと点 A, B は C 上にあることから、 $3 < t < 3 + 2\sqrt{2}$ であ

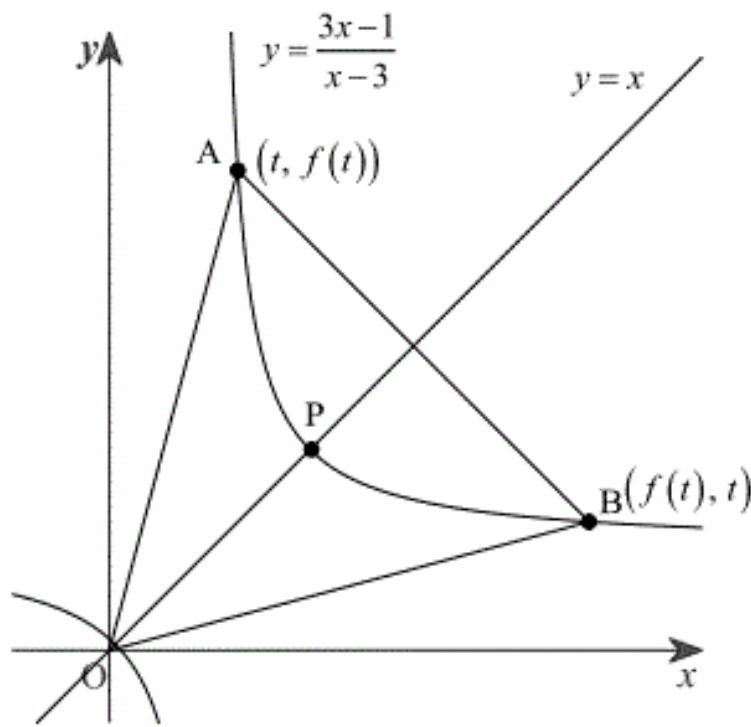
る。三角形 OAB が正三角形であるから、

$$\begin{aligned} OA &= AB = BO \\ \Leftrightarrow OA^2 &= AB^2 \quad (\because OA = BO, OA > 0, AB > 0) \\ \Leftrightarrow t^2 + f(t)^2 &= 2(f(t)-t)^2 \\ \Leftrightarrow 0 &= f(t)^2 - 4tf(t) + t^2 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3t-1}{t-3}\right)^2 - 4t \cdot \frac{3t-1}{t-3} + t^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (3t-1)^2 - 4t(3t-1)(t-3) + t^2(t-3)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 9t^2 - 6t + 1 - 4t(3t^2 - 10t + 3) + t^4 - 6t^3 + 9t^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow t^4 - 18t^3 + 58t^2 - 18t + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (t^2 - 14t + 1)(t^2 - 4t + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow t = 7 \pm 4\sqrt{3}, 2 \pm \sqrt{3} \\ \therefore t = 2 + \sqrt{3} \quad (\because 3 < t < 3 + 2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

を得る。このとき、

$$\begin{aligned} f(t) - t &= \frac{3(2+\sqrt{3})-1}{(2+\sqrt{3})-3} - (2+\sqrt{3}) \\ &= \frac{(5+3\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - (2+\sqrt{3}) \\ &= \frac{8\sqrt{3}+14}{2} - (2+\sqrt{3}) \\ &= 5+3\sqrt{3} \end{aligned}$$

である。点 A, B をプロットすると次の図のようになる。



求める面積を S とするとき、

$$\begin{aligned} S &= \int_t^{f(t)} \frac{3x-1}{x-3} dx - \frac{1}{2}tf(t) + \frac{1}{2}tf(t) \\ &= \int_t^{f(t)} \left(3 + \frac{8}{x-3}\right) dx \\ &= [3x + 8\log|x-3|]_t^{f(t)} \\ &= 3(f(t)-t) + 8\log \frac{|f(t)-3|}{|t-3|} \\ &= 3(5+3\sqrt{3}) + 8\log \frac{4+4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \\ &= 3(5+3\sqrt{3}) + 8\log(8+4\sqrt{3}) \end{aligned}$$

である。

【解答】

(1)	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
	2	1	0	1	4	3	4	1	9	1	3
(2)	シ	ス									
	5	3									
(3)	セ	ソ	タ	チ							
	1	2	3	4							

【解説】

(1)

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{BC}|^2 &= |-\vec{b} + \vec{c}|^2 \\ &= |\vec{b}|^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 \\ &= 36 - 2 \cdot 6 + 16 \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\therefore |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{10}$$

である。点Dは辺BC上にあるので、実数 s ($0 < s < 1$) を用いて $\overrightarrow{AD} = s\vec{b} + (1-s)\vec{c}$ とおける。
点Dは線分ABを直径とする円上にあるので、 $AD \perp BD$ である。よって、

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} &= 0 \\ \Leftrightarrow \{s\vec{b} + (1-s)\vec{c}\} \cdot \{(s-1)\vec{b} + (1-s)\vec{c}\} &= 0 \\ \Leftrightarrow s(s-1)36 + s(1-s)6 + (1-s)(s-1)6 + (1-s)^2 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow (1-s)(-36s + 6s + 6s - 6 + 16 - 16s) &= 0 \\ \Leftrightarrow (1-s)(10 - 40s) &= 0 \\ \therefore s &= \frac{1}{4} \quad (\because s \neq 1) \end{aligned}$$

となり、 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$ を得る。実数 x, y を用いて $\overrightarrow{AH} = x\vec{b} + y\vec{c}$ とおくと

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} &= 0 && \dots \textcircled{1} \\ \overrightarrow{BH} \cdot \vec{c} &= 0 && \dots \textcircled{2} \\ \overrightarrow{CH} \cdot \vec{b} &= 0 \end{aligned}$$

である。①より

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x\vec{b} + y\vec{c}) \cdot (-\vec{b} + \vec{c}) &= 0 \\ \Leftrightarrow -36x + 6x - 6y + 16y &= 0 \\ \therefore y &= 3x && \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

を得る。また、②より

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BH} \cdot \vec{c} &= 0 \\ \Leftrightarrow \{(x-1)\vec{b} + y\vec{c}\} \cdot \vec{c} &= 0 \\ \Leftrightarrow 6(x-1) + 16y &= 0 \\ \therefore 3x + 8y &= 3 && \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

を得る。③を④に代入すると

$$\begin{aligned} 3x + 24x &= 3 \\ \therefore x &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

となる。これと③より $y = \frac{1}{3}$ を得る。以上より、 $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{9}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ である。

(2)

実数 k を用いて $\overrightarrow{AE} = k\vec{c}$ とすると

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE} &= 0 \\ \Leftrightarrow k\vec{c} \cdot (-\vec{b} + k\vec{c}) &= 0 \\ \Leftrightarrow -6k + 16k^2 &= 0 \\ \therefore k &= \frac{3}{8} \quad (\because k \neq 0) \end{aligned}$$

であるので、 $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{8}\vec{c}$ となる。3点D, E, Hを通る円の中心をRとし、実数 t, u を用いて

$\overrightarrow{AR} = t\vec{b} + u\vec{c}$ とすると

$$\begin{aligned} \overrightarrow{RH} &= \left(\frac{1}{9} - t\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{3} - u\right)\vec{c} \\ \overrightarrow{RD} &= \left(\frac{1}{4} - t\right)\vec{b} + \left(\frac{3}{4} - u\right)\vec{c} \\ \overrightarrow{RE} &= -t\vec{b} + \left(\frac{3}{8} - u\right)\vec{c} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} |\overrightarrow{RH}| &= |\overrightarrow{RD}| = |\overrightarrow{RE}| \\ \Leftrightarrow |\overrightarrow{RH}|^2 &= |\overrightarrow{RD}|^2 = |\overrightarrow{RE}|^2 \\ \Leftrightarrow 36\left(\frac{1}{9} - t\right)^2 + 12\left(\frac{1}{9} - t\right)\left(\frac{1}{3} - u\right) + 16\left(\frac{1}{3} - u\right)^2 &= \\ = 36\left(\frac{1}{4} - t\right)^2 + 12\left(\frac{1}{4} - t\right)\left(\frac{3}{4} - u\right) + 16\left(\frac{3}{4} - u\right)^2 &= 36t^2 - 12t\left(\frac{3}{8} - u\right) + 16\left(\frac{3}{8} - u\right)^2 \\ \Leftrightarrow 36\left(\frac{1}{81} - \frac{2}{9}t\right) + 12\left(\frac{1}{27} - \frac{u}{9} - \frac{t}{3}\right) + 16\left(\frac{1}{9} - \frac{2}{3}u\right) &= \\ = 36\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{2}t\right) + 12\left(\frac{3}{16} - \frac{u}{4} - \frac{3}{4}t\right) + 16\left(\frac{9}{16} - \frac{3}{2}u\right) &= -12t \cdot \frac{3}{8} + 16\left(\frac{9}{64} - \frac{3}{4}u\right) \\ \Leftrightarrow \frac{4}{9} - 8t + \frac{4}{9} - \frac{4}{3}u - 4t + \frac{16}{9} - \frac{32}{3}u &= \frac{9}{4} - 18t + \frac{9}{4} - 3u - 9t + 9 - 24u = -\frac{9}{2}t + \frac{9}{4} - 12u \\ \Leftrightarrow -12t - 12u + \frac{8}{3} &= -27t - 27u + \frac{27}{2} = -\frac{9}{2}t - 12u + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

となる。これを解くと、 $(t, u) = \left(\frac{1}{18}, \frac{2}{3}\right)$ である。このとき、

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{RH}|^2 &= 36\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{18}\right)^2 + 12\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{18}\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) + 16\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right)^2 \\ &= 36 \cdot \frac{1}{18^2} + 12 \cdot \frac{1}{18} \left(-\frac{1}{3}\right) + 16\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \frac{1}{9} - \frac{2}{9} + \frac{16}{9} \\ &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

であるから、3点D, E, Hを通る円の半径は $\sqrt{\frac{5}{3}}$ であり、この円の面積は $\frac{5}{3}\pi$ である。

(3)

実数 m, n を用いて $\overrightarrow{AP} = m\vec{b} + n\vec{c}$ とすると

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} &= \frac{27}{2} \\ \Leftrightarrow (m\vec{b} + n\vec{c}) \cdot \vec{b} &= \frac{27}{2} \\ \Leftrightarrow 36m + 6n &= \frac{27}{2} \\ \therefore n &= \frac{9}{4} - 6m && \dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

である。また、点Pは線分ABを直径とする円上にあるから、

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} &= 0 \\ \Leftrightarrow (m\vec{b} + n\vec{c}) \cdot \{(m-1)\vec{b} + n\vec{c}\} &= 0 \\ \Leftrightarrow 36m(m-1) + 6mn + 6(m-1)n + 16n^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 36m^2 - 36m + 12mn + 16n^2 - 6n &= 0 \\ \therefore 18m^2 - 18m + 6mn - 3n + 8n^2 &= 0 && \dots \textcircled{6} \end{aligned}$$

となる。⑤を⑥に代入すると

$$\begin{aligned} 18m^2 - 18m + 6m\left(\frac{9}{4} - 6m\right) - 3\left(\frac{9}{4} - 6m\right) + 8\left(\frac{9}{4} - 6m\right)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 18m^2 - 18m + \frac{54}{4}m - 36m^2 - \frac{27}{4} + 18m + 8\left(\frac{81}{16} - 27m + 36m^2\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2m^2 - 2m + \frac{6}{4}m - 4m^2 - \frac{3}{4} + 2m + 8\left(\frac{9}{16} - 3m + 4m^2\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow 30m^2 - \frac{45}{2}m + \frac{15}{4} &= 0 \\ \Leftrightarrow 8m^2 - 6m + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (4m-1)(2m-1) &= 0 \\ \therefore m &= \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \end{aligned}$$

であり、これを⑤に代入すると、 $(m, n) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$ となる。ここで、点Pは点Dを含

まない弧AB上にあるから、 $n < 0$ となり、 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$ である。

〔解答〕

ア	イ	ウ	エ	オ		
2	2	0	2	1		
カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
2	2	8	2	1	1	4

〔解説〕

 $f_n(x) = a_n \sin x + b_n$ とすると

$$\begin{aligned}
 f_{n+1}(x) &= \int_0^\pi \{-tf'(t) \sin x + f_n(t)\} dt \\
 &= \int_0^\pi (-ta_n \cos t \sin x + a_n \sin t + b_n) dt \\
 &= a_n \sin x \int_0^\pi (-t \cos t) dt + a_n \int_0^\pi \sin t dt + b_n \pi
 \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}
 \int_0^\pi (-t \cos t) dt &= \int_0^\pi \left\{ -t (\sin t)' \right\} dt \\
 &= [-t \sin t]_0^\pi + \int_0^\pi \sin t dt \\
 &= [-\cos t]_0^\pi \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned}
 f_{n+1}(x) &= 2a_n \sin x + a_n [-\cos t]_0^\pi + b_n \pi \\
 &= 2a_n \sin x + 2a_n + \pi b_n
 \end{aligned}$$

となる。よって、

$$\begin{aligned}
 a_{n+1} &= 2a_n \\
 b_{n+1} &= 2a_n + \pi b_n
 \end{aligned}$$

を得る。したがって、数列 $\{a_n\}$ は公比 2、初項 4 の等比数列であり、

$$\begin{aligned}
 a_n &= 4 \cdot 2^{n-1} \\
 &= 2^{n+1}
 \end{aligned}$$

となる。また、

$$\begin{aligned}
 b_{n+1} &= 2a_n + \pi b_n \\
 \Leftrightarrow \frac{b_{n+1}}{2^{n+1}} &= 2 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b_n}{2^n} \\
 \Leftrightarrow \frac{b_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{4}{2-\pi} &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{b_n}{2^n} - \frac{4}{2-\pi} \right)
 \end{aligned}$$

であるから、数列 $\left\{ \frac{b_n}{2^n} - \frac{4}{2-\pi} \right\}$ は公比 $\frac{\pi}{2}$ 、初項 $\frac{k}{2} - \frac{4}{2-\pi}$ の等比数列であり、

$$\begin{aligned}
 \frac{b_n}{2^n} - \frac{4}{2-\pi} &= \left(\frac{k}{2} - \frac{4}{2-\pi} \right) \left(\frac{\pi}{2} \right)^{n-1} \\
 \therefore b_n &= \frac{1}{2-\pi} \cdot 2^{n+2} + \left(k - \frac{8}{2-\pi} \right) \pi^{n-1}
 \end{aligned}$$

となる。ゆえに、 $k = -\pi$ とすると

$$\begin{aligned}
 \frac{b_n}{a_n^2} &= \frac{1}{(2-\pi)2^n} + \left(-\pi - \frac{8}{2-\pi} \right) \frac{\pi^{n-1}}{4^{n+1}} \\
 &= \frac{1}{(2-\pi)2^n} + \frac{\pi^2 - 2\pi - 8}{2-\pi} \cdot \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\pi}{4} \right)^n
 \end{aligned}$$

を得る。 $\frac{1}{2} < 1$, $\frac{\pi}{4} < 1$ であるから、

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n^2} &= \frac{\frac{1}{(2-\pi)2}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{\frac{\pi^2 - 2\pi - 8}{2-\pi} \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\pi}{4}}{1 - \frac{\pi}{4}} \\
 &= \frac{1}{2-\pi} + \frac{\pi^2 - 2\pi - 8}{2-\pi} \cdot \frac{1}{4(4-\pi)} \\
 &= \frac{1}{2-\pi} \cdot \frac{\pi^2 - 6\pi + 8}{4(4-\pi)} \\
 &= \frac{(2-\pi)(4-\pi)}{4(2-\pi)(4-\pi)} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

となる。