

1995 年度 入学試験問題

工学部 数 学

注 意

- (1) 解答用紙は、(一)と(二)のそれぞれ1枚ずつである。
- (2) 受験番号の記入欄は、それぞれの解答用紙の表面に2か所、それぞれの裏面に1か所、計6か所ある。所定の欄に確実に記入すること。
- (3) 解答はすべて**解答用紙の所定の箇所**に記入すること。
問題〔1〕の解答は解答用紙(一)の〔1〕の欄に記入。
問題〔2〕の解答は解答用紙(一)の〔2〕の欄に記入。
問題〔3〕の解答は解答用紙(二)の〔3〕の欄に記入。
問題〔4〕の解答は解答用紙(二)の〔4〕の欄に記入。
- (4) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (5) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

- 〔1〕 半径1の球が平面 $z=0$ と直線 $x-z=y=0$ に同時に接して動くとき、その球の中心 (a, b, c) はどのような図形を描くか。 a, b, c のみたす関係式を求めよ。ただし球は $z \geq 0$ にあるものとする。(50点)

- 〔2〕 A, B は $0 < B < 2A$ をみたす定数とする。

$$a_1 = a_2 = 1, \quad Aa_{n-2} + Ba_{n+1} + (B-A)a_n = 0 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で定められる数列 $\{a_n\}$ について次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = a_n + a_{n+1}$ とおくとき、 b_n を A, B, n を用いて表せ。
- (2) $r = \frac{A-B}{A}$ として $\sum_{j=1}^n a_j$ を r, n を用いて表せ。
- (3) a_{2p}, a_{2p-1} をそれぞれ r, p を用いて表せ。ただし p は自然数とする。
- (4) $\lim_{p \rightarrow \infty} a_{2p}, \lim_{p \rightarrow \infty} a_{2p-1}$ をそれぞれ求めよ。(50点)

〔3〕 a を正の定数として関数 $f(x)$ が

$$f(x) + \frac{12}{a^2} \int_0^x f(t) dt = x^2 - (a+2)x + 12$$

をみたしている。

- (1) 関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y=f(x)$ に接する相異なる 2 直線 $y=mx$ と $y=nx$ ($m>n$) を求めよ。
- (3) 曲線 $y=f(x)$ と (2) の 2 接線で囲まれる部分の面積を求めよ。 (50点)

〔4〕 定角 $\angle XAY$ の内部に定点 B があり、 $AB=a$, $\angle XAB=\alpha$, $\angle YAB=\beta$ とする。点 B を通る直線が半直線 AX , AY とそれぞれ点 P , Q で交わり、 $\angle ABP=\theta$ ($\beta<\theta<\pi-\alpha$) とする。

- (1) BP の長さ u を a , α , θ で、 BQ の長さ v を a , β , θ で表せ。
- (2) $\triangle ABP$ の面積 S_1 を a , α , θ で、 $\triangle ABQ$ の面積 S_2 を a , β , θ で表せ。
- (3) S_1 , S_2 を θ の関数と考え、 $\frac{dS_1}{d\theta}$, $\frac{dS_2}{d\theta}$ を計算し、それぞれを u , v で表せ。
- (4) θ を変化させるとき $\triangle APQ$ の面積 S が最小となるのは u と v にどのような関係が成立するときか。 (50点)