

1996 年度 入 学 試 験 問 題

社 会 ・ 数 学

社 会	{	日 本 史		1 ~ 8 ページ
		世 界 史		10 ~ 15 ページ
数 学				16 ページ

注 意

- (1) 日本史・世界史・数学から 1 科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史..... 3 か所
世界史..... 3 か所
数 学..... 表面に 2 か所、裏面に 1 か所、計 3 か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (5) 問題紙の余白は計算などに使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 3点 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$ がある。 A を中心とし、 B を通る円 C の周上に点 $P(x, y)$ をとる。ただし、 $x > 0$ とする。 $\angle BPO = \alpha$ とするとき、つぎの各問に答えよ。

- (1) 3点 O , A , P が一直線上にあるとき、 $\sin \alpha$ の値を求めよ。
- (2) 3点 B , A , P が一直線上にあるとき、 $\sin \alpha$ の値を求めよ。
- (3) 直線 PO が P 以外で円 C と交わる点を Q とするとき、 $\sin \alpha$ を線分 BQ の長さ L で表し、 $\sin \alpha$ のとりうる値の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 p, q, r を $p < q < r$ である素数とする。 a を正の整数とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) 等式 $r = q^2 - p^2$ をみたす p, q, r の組 (p, q, r) をすべて求めよ。
- (2) 等式 $r = p^2 q^2 - 1$ をみたす p, q, r は存在しないことを示せ。
- (3) 等式 $a(a+r) = p^2 q^2$ をみたす a, p, q, r の組 (a, p, q, r) をすべて求めよ。

〔Ⅲ〕 放物線 $y = x^2 - 2x + 1$ と放物線 $y = -2x^2 + 2$ との2つの交点を通り、直線 $y = p(x-1)$ に接する放物線の方程式を $y = ax^2 + bx + c$ とする。このとき、つぎの各問に答えよ。

- (1) a, b, c を p で表せ。
- (2) p が $-\frac{4}{3}$ を除くすべての実数を動くとき、(1)で求めた放物線の頂点 (s, t) が描く曲線の方程式を求めよ。