

1997 年度 入学試験問題

工学部 数 学

注 意

- (1) 解答用紙は (一) と (二) のそれぞれ 1 枚ずつである。
- (2) 受験番号の記入欄は、解答用紙 (一)、(二) にそれぞれ表面に 2 か所、裏面に 1 か所ある。合計 6 か所とも正確・明瞭に記入すること。
- (3) 解答はすべて**解答用紙の所定の箇所**に記入すること。
問題〔Ⅰ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅰ〕の欄に記入。
問題〔Ⅰ〕は 7 題より 5 題を選択し解答すること。
解答用紙 (一) の〔Ⅰ〕は 5 つの部分に分かれている。
各部分の〔 〕に選択した問題の番号(順不同)を記入し、そこに解答すること。
問題〔Ⅱ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅱ〕の欄に記入。
問題〔Ⅲ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅲ〕の欄に記入。
問題〔Ⅳ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅳ〕の欄に記入。
- (4) 問題紙の本文は 2 ページである。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 次の問題(1)～(7)より 5 問を選び、解答せよ。解答用紙の所定欄に選択した問題の番号を記入した後に解答せよ。

- (1) 整数係数の 3 次式 $x^3 + ax^2 + bx + c$ が $x + \sqrt{2}$ と $x - 3$ で割り切れるとき、整数 a, b, c を求めよ。
- (2) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x+2}{x-2} + \frac{7x-46}{x^2-4} \right)$ を求めよ。
- (3) $a = \frac{\log_5 9}{\log_5 4}$ のとき、 2^{3a} の値を計算せよ。
- (4) 複素平面内で $-1 - i$ を $\sqrt{3} - i\sqrt{3}$ の周りに -60° 回転させた値を求めよ。
- (5) $\sum_{k=0}^8 ({}_8C_k)^2$ の値を求めよ。
- (6) 直線 $y = -x$ に関する対称変換を表わす行列を求めよ。
- (7) 微分方程式 $x \frac{dy}{dx} = -y$ を初期条件「 $x = 1$ のとき $y = 2$ 」のもとで解け。

(50点)

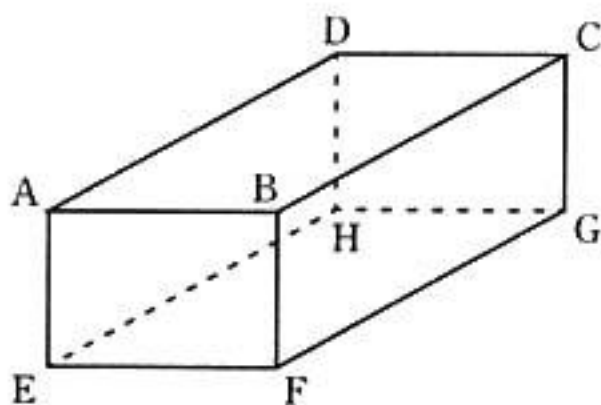
〔Ⅱ〕 曲線 $y = x^4 - 2x^3 + x + 2$ について各問に答えよ。

- (1) この曲線に異なる 2 点で接する直線の方程式を求めよ。
- (2) (1)で求めた直線と平行な直線がこの曲線と相異なる 4 点で交わるとき、その交点を左から P, Q, R, S とする。このとき $PQ = RS$ が成り立つことを示せ。

(50点)

〔Ⅲ〕 図のような直方体 $ABCD-EFGH$ において、 $AB=1$ 、 $BC=x$ 、 $BF=\frac{1}{x}$ とする。また FC 、 CA 、 AF の中点を P 、 Q 、 R とし $\angle CAF=\theta$ とする。このとき次の各問に答えよ。

- (1) $\cos\theta$ および $\sin\theta$ をそれぞれ x の関数として表わせ。 θ の値の範囲を求めよ。
- (2) $\triangle AFC$ の面積 S を x の関数として表わせ。
- (3) $\triangle AFC$ の内接円の半径 r を x の関数として表わせ。 $x \rightarrow 0$ および $x \rightarrow \infty$ のときの極限值が存在すればそれぞれ求めよ。
- (4) B を頂点とする三角錐 $BPQR$ の体積 V を求めよ。また、この三角錐 $BPQR$ の高さ h を x の関数として表わし、その最大値を求めよ。 (50点)



〔Ⅳ〕 次の各問に答えよ。

- (1) x がすべての実数値をとるとき、 $\cos x + \sin x$ の最大値と最小値、および、そのときの x の値をそれぞれ求めよ。
- (2) x がすべての実数値をとるとき、 $\frac{\cos x + \sin x}{1 + \cos x \sin x}$ の最大値と最小値、および、そのときの x の値をそれぞれ求めよ。
- (3) 積分 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x + \sin x}{1 + \cos x \sin x} dx$ の値を求めよ。 (50点)