

## 1999 年度 入 学 試 験 問 題

## 数 学

## 注 意

- (1) 解答用紙は (一) と (二) のそれぞれ 1 枚ずつである。
- (2) 受験番号の記入欄は、解答用紙 (一)、(二) にそれぞれ表面に 2 か所、裏面に 1 か所ある。合計 6 か所とも正確・明瞭に記入すること。
- (3) 解答はすべて**解答用紙の所定の箇所**に記入すること。  
問題〔Ⅰ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅰ〕の欄に記入。  
問題〔Ⅱ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅱ〕の欄に記入。  
問題〔Ⅲ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅲ〕の欄に記入。  
問題〔Ⅳ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅳ〕の欄に記入。
- (4) 問題紙の本文は 2 ページである。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

〔I〕 次の問(1)と(2)に答えよ。

- (1) 実数  $x, y$  が  $x^2 + y^2 - 2xy - 4x - 4y + 6 = 0$  を満たすとき  $x + y, xy$  の最小値をそれぞれ求めよ。
- (2) 平面上の原点を  $O$  とし、他の相異なる 2 点を  $A, B$  とする。また  $OA$  を  $2 : 1$  に内分する点を  $E$  とし、 $OB$  を  $1 : 2$  に内分する点を  $F$  とする。 $EB$  と  $AF$  の交点を  $G$  とする。 $\overrightarrow{OG}$  を  $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OB}$  で表わせ。
- ただし点  $O, A, B$  は 1 直線上にないものとする。 (40点)

〔II〕

- (1) 3 辺の長さの和が 1 である直角三角形の 3 辺の長さをそれぞれ  $a, b, c$  ( $a \leq b \leq c$ ) とする。以下の問に答えよ。
- (i)  $a, b$  を解とする  $x$  の 2 次方程式を求めよ。ただし、2 次方程式の  $x^2$  の係数は 1 とし、残りの係数は  $c$  を用いて表わすこと。
- (ii) この三角形の面積  $S$  の取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) たて、よこ、高さがそれぞれ  $a, b, c$  である直方体の体積を  $V$ 、表面積を  $2S$ 、また  $a, b, c$  の和を  $L$  とする。いま、 $a, b, c$  を解とする  $x$  の 3 次方程式で  $x^3$  の係数が 1 であるものを  $f(x) = 0$  とする。以下の問に答えよ。
- (i)  $L = 9, S = 15$  であるとき、3 次関数  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。
- (ii)  $L = 9, S = 15$  であるとき、 $V$  の取り得る値の範囲を求めよ。

(60点)

〔Ⅲ〕 媒介変数  $\theta$  で表わされた曲線  $C: x = \theta + \sin \theta, y = 1 - \cos \theta$  ( $-\pi \leq \theta \leq \pi$ ) について以下の問に答えよ。

- (1) 原点から  $\theta = \theta_1$  に対応する曲線  $C$  上の点  $P$  までの曲線の長さを  $s$  とする。  
 $s$  を  $\theta_1$  を用いて表わせ。ただし  $0 < \theta_1 < \pi$  とする。
- (2) 点  $P$  における接線の方程式を求め、その接線と  $x$  軸との交点  $Q$  の座標を求めよ。また、 $(\pi, 0)$  を点  $R$  とし、 $\angle PQR$  を  $\alpha$  とするとき、 $s$  を  $\alpha$  を用いて表わせ。
- (3) この曲線  $C$  と直線  $y = 1$  とで囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

(50点)

〔Ⅳ〕 複素数平面の上の点列  $A_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) を次のように定める。原点を  $A_0$  とし、原点以外の点  $A_1$  をとる。 $n \geq 2$  の場合、点  $A_{n-1}$  を中心として点  $A_{n-2}$  を正の向きに角  $\theta$  だけ回転して得られる点を  $A_n$  とする。また点  $A_n$  に対応する複素数を  $\alpha_n$  とする。 $\omega = \cos \theta + i \sin \theta$  として、以下の問に答えよ。

- (1)  $\alpha_n$  を  $\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, \omega$  を用いて表わせ。
- (2)  $\alpha_1 = \alpha$  とするとき  $\alpha_n$  を  $n, \alpha, \omega$  を用いて表わせ。
- (3) 点列  $A_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) はある円の周上にあることを示し、その円の中心と半径をそれぞれ  $\alpha, \omega$  を用いて表わせ。ただし、 $\theta \neq k\pi$  ( $k$  は整数とする)。

(50点)