

数 学

〔 I 〕 放物線 $y = x^2 - 2a^2x + 8x + a^4 - 9a^2 + 2a + 31$ の頂点が第 1 象限にあるとき、定数 a の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 漸化式 $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ ($n \geq 1$), $a_1 = 3$, $a_2 = 5$ により定義される数列 $\{a_n\}$ について次の問に答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ に関する漸化式は

$$a_{n+2} - qa_{n+1} = p(a_{n+1} - qa_n)$$

と変形できる。 p, q ($p > q$) の値を求めよ。

(2) (1)を用いて、数列 $\{a_n\}$ の第 n 項を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の問に答えよ。

- (1) $1 \leq a \leq b \leq c \leq 6$, $a^2 + b^2 + c^2 \leq 24$ をみたす整数 a, b, c の組 (a, b, c) をすべて求めよ。
- (2) 1つのサイコロを3回振って出た目の平方の和が24以下になる確率を求めよ。