

数 学

〔 I 〕 原点 O を通る 2 つの放物線

$$P_1: y = x^2 - 2ax, \quad P_2: y = -x^2 + 2bx \quad (a > 0, b > 0)$$

を考える。次の各問に答えよ。

- (1) P_1, P_2 の頂点 A, B の座標を求めよ。
- (2) P_1, P_2 の O 以外の交点 Q の座標を求めよ。
- (3) 直線 OA と BQ が平行であることを示せ。

〔Ⅱ〕 n を正の整数とし、 2000^n を 7 で割ったときの余りを a_n とおく。

次の各問に答えよ。

(1) a_1, a_2, a_3 を求めよ。

(2) $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ とおく。 S_n が 7 で割り切れる最小の n を求めよ。

〔Ⅲ〕 投げた硬貨の表裏で、三角形 ABC の頂点から頂点へ駒が動くものとする。

表のときは、駒が A にあれば B へ、B にあれば C へ、C にあれば A へ移動し、裏のときはその逆方向へ移動する。

最初、駒は A にあるとする。硬貨を k 回投げた後の駒の位置が A, B, C である確率をそれぞれ a_k, b_k, c_k とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) a_3, b_3, c_3 を求めよ。
- (2) a_k, b_k, c_k をそれぞれ $a_{k-1}, b_{k-1}, c_{k-1}$ で表せ。
- (3) a_k, b_k, c_k を求めよ。