

数 学

〔 I 〕 放物線 $C: y = x^2 + ax + b$ の頂点は放物線 $y = 3x^2 + 4x - 1$ の上にあ
る。このとき、以下の各問に答えよ。

- (1) a, b の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) C と x 軸との2交点の x 座標 x_1, x_2 がともに整数であるとき、 a, b
の組をすべて求めよ。

〔Ⅱ〕 数列 $\{a_n\}$ が与えられたとき，新たな数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = (-1)^n (a_{n+1} - a_n)$$

で定める。以下の各問に答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ が， n が奇数のときは $a_n = a$ により， n が偶数のときは

$a_n = b$ により定義されるとき， $S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n$ を a, b, n で表せ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ が初項 b ，公比 r の等比数列になるとき，数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。ただし， $r > 0$ ， $a_1 = 0$ とする。

〔Ⅲ〕 平面上で、点Oを中心とする円の周上を時計回りに一周する間に、周上の n 個の異なる点 $P_1, \dots, P_n$ を順にとり、さらに、各線分 OP_i ($i = 1, \dots, n$) 上にそれぞれ、Oでない1点 A_i をとる。 n 個の三角形

$$\triangle A_1OA_2, \dots, \triangle A_{n-1}OA_n, \triangle A_nOA_1$$

はすべて合同であり

$$\angle A_1OA_2 = 65^\circ, \angle OA_2A_1 = 57^\circ, \angle A_2A_1O = 58^\circ,$$

$$\angle A_2OA_3 = 57^\circ, \angle OA_3A_2 = 58^\circ, \angle A_3A_2O = 65^\circ$$

である。以下の各問に答えよ。

(1) 角 $\angle A_1OA_2, \angle A_2OA_3, \dots, \angle A_{n-1}OA_n, \angle A_nOA_1$ のうち

$$65^\circ, 58^\circ, 57^\circ$$

の角はそれぞれ、何個ずつあるか。

(2) 角の組 ($\angle A_3OA_4, \dots, \angle A_{n-1}OA_n, \angle A_nOA_1$) をすべて求めよ。