

数 学

〔 I 〕 どの項も 0 でない数列 $\{a_n\}$ に対し, 2 次方程式

$$a_n x^2 - a_{n+1} x + a_{n+2} = 0$$

の 2 つの実数解 p_n, q_n が $q_n = 2p_n$ を満たすとし, $a_1 = a_2 = 1$ とする。

次の各問に答えよ。

- (1) p_1 を求めよ。
- (2) p_{n+1} を p_n で表せ。
- (3) p_n を求めよ。
- (4) a_n を求めよ。

〔Ⅱ〕 四角形 ABCD において

$$\angle A = \angle C = 90^\circ, \angle B = 120^\circ, AB = BC = 1$$

であるとする。また、辺 AB, BC, CD, DA 上にそれぞれ、点 E, F, G, H をとり、 $AE = BF = CG = DH = x$ ($0 < x < 1$) とする。

このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 四角形 EFGH の面積 S を x を用いて表せ。
- (2) 四角形 EFGH の面積 S の最小値を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の各問に答えよ。

- (1) 20853 と 3843 の最大公約数を求めよ。
- (2) a, b ($a > b$) を正の整数とし, a を b で割った余りを r とする。
 $r \neq 0$ のとき, a と b の最大公約数は b と r の最大公約数に等しいことを示せ。
- (3) $2^8 - 1$ と $2^{16} - 1$ は 3 の倍数であることを示せ。
- (4) $2^{16} + 1$ と $2^{32} + 1$ の最大公約数を求めよ。