

$$[I] \quad \text{ア. } 1 \quad \text{イ. } 2 \quad \text{ウ. } 3$$

$$\text{エ. } 6 \quad \text{オ. } 9 \quad \text{カ. } 12$$

$$\text{キ. } \frac{1}{18}n(2n^2+3n+9)$$

$$\text{ク. } \frac{1}{3} \quad \text{ケ. } \frac{5}{18} \quad \text{コ. } \frac{1}{9}$$

$$\text{サ. } \frac{11}{54}$$

[II] 解の公式より

$$x = \frac{k+4 \pm \sqrt{(k+4)^2 - 4(2k+10)}}{2}$$

解が整数値をとるためには、

$$(k+4)^2 - 4(2k+10) = n^2 \quad (n \text{ は自然数とする})$$

を満たすことが必要。

展開して

$$k^2 - n^2 = 24$$

$$(k+n)(k-n) = 24$$

掛けて 24 になる整数の組は、

$$(1, 24) \quad (2, 12) \quad (3, 8) \quad (4, 6) \quad (6, 4)$$

$$(8, 3) \quad (12, 2) \quad (24, 1) \quad (-1, -24)$$

$$(-2, -12) \quad (-3, -8) \quad (-4, -6) \quad (-6, -4)$$

$$(-8, -3) \quad (-12, -2) \quad (-24, -1)$$

$$\left. \begin{array}{l} k+n=a \\ k-n=b \end{array} \right\} 2k=a+b \quad \text{より}$$

足して奇数になる組を除外

$$\text{よって } k = \pm 7, n = 5$$

$$k = \pm 5, n = 1$$

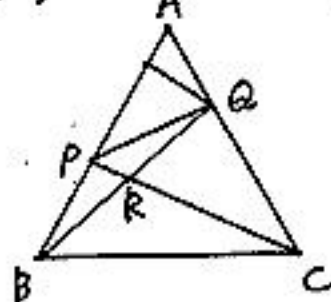
よって、 $k = \pm 5, \pm 7$ のとき

$$\begin{cases} x^2 - 9x + 20 = 0, & x = 4, 5 \\ x^2 + x = 0, & x = -1, 0 \\ x^2 - 11x + 24 = 0, & x = 3, 8 \\ x^2 + 3x - 4 = 0 & x = -4, 1 \end{cases}$$

となり、+10 である。

$$\text{よって } \underline{k = \pm 5, \pm 7} \quad (\text{答})$$

[III]



(1) $\triangle AEQ$ の $\triangle APC$ より、

$$AE:AP = AQ:AC$$

$$AE = xy$$

$$\triangle AEQ = \frac{1}{2}xy \cdot y \cdot \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}xy^2$$

(答)

(2) 点 B から AC に下した垂線の交点を H とおくと、

$$BQ^2 = BH^2 + HQ^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - y\right)^2$$

$$= y^2 - y + 1$$

$$\therefore \underline{BQ = \sqrt{y^2 - y + 1}} \quad (\text{答})$$

$\triangle BPR$ の $\triangle BEQ$ より、

$$BR:BQ = 1-x:1-xy$$

$$BR = BQ \times \frac{1-x}{1-xy}$$

$$= \frac{1-x}{1-xy} \sqrt{y^2 - y + 1}$$

(答)

$$(3) \triangle PBQ:\triangle AEQ = PB:AE$$

$$\therefore \triangle PBQ = \frac{\sqrt{3}}{4}xy^2 \times \frac{1-x}{xy}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}y(1-x)$$

(答)

$$\triangle PBQ:\triangle PRQ = BQ:RQ$$

$$= BE:PE$$

$$= 1-xy:x-xy$$

$$\therefore \triangle PRQ = \frac{\sqrt{3}}{4}y(1-x) \times \frac{x-xy}{1-xy}$$

$$= \frac{\sqrt{3}xy(1-x)(1-y)}{4(1-xy)}$$

(答)