

[I]

ア. $n-3$

イ. $\frac{n(n-3)}{2}$

ウ. $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

エ. $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$

オ. $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$

カ. $n(n-3)$

キ. $\frac{n(n-3)(n+1)(n-4)}{12}$

[II]

(1)

$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

$$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$a_{n+1} - a_n = a_n - a_{n-1}$$

等差数列の定義からこの数列が等差数列であることは明らかである。(証明終)

(2)

$$b_n = \sqrt{b_{n+1} b_{n-1}}$$

$$b_n^2 = b_{n+1} b_{n-1}$$

$$\frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

この数列は等比数列であるから、公比は $\frac{b_2}{b_1} = 3$
一般項は、 $b_n = 3^{n-1} \dots$ (答)

(3)

$$c_n = \frac{2c_{n+1}c_{n-1}}{c_{n+1} + c_{n-1}}$$

$$\frac{1}{c_n} = \frac{1}{2c_{n+1}} + \frac{1}{2c_{n-1}}$$

$$d_n = \frac{1}{c_n} \text{ とおけば } d_1 = 1, d_2 = 2$$

d_n は(1)より等差数列である。よって $d_n = n \quad \therefore c_n = \frac{1}{n}$

[Ⅲ]

(1)

$$\frac{1}{2}xy \sin A = 6 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x + y = 7$$

$$\text{よって } \frac{1}{2}x(7-x)\sin A = 6$$

$$x(7-x) = \frac{12}{\sin A}$$

$$\sin A \leq 1 \text{ より, } x(7-x) \geq 12$$

$$x^2 - 7x + 12 \leq 0$$

$$(x-3)(x-4) \leq 0$$

$$3 \leq x \leq 4$$

(2)

$$x=4 \text{ のとき, } y=3$$

$$\textcircled{1} \text{ に代入して, } \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin A = 6 \quad \sin A = 1$$

直角三角形なので $BC=5$

$$\text{正弦定理から } 2R = \frac{5}{\sin A} \quad R = 2.5 \quad \cdots \text{ (答)}$$

内接円の半径が r ならば, 右図のように3つに分割した三角形の面積を考えることにより,

$$\frac{1}{2}r(5+3+4) = 6$$

$$r = 1 \quad \cdots \text{ (答)}$$

