

[I]

(1)

ア

3

イ

-2

ウ

4

(2)

エ

$\frac{9}{2}$

(3)

オ

120

カ

64

(4)

ク

30

7

105

(5)

7

-1792

3

112

〔Ⅱ〕

$$(1) \frac{6!}{2!3!1!} = 60 \text{ 通り} \dots\dots (\text{答})$$

(2) 条件を満たすのは

(i) A, C, ..., 1個 B, ..., 4個

(ii) A, C, ..., 2個 B, ..., 2個

のいずれかである。

$$\frac{6!}{1!4!1!} + \frac{6!}{2!2!2!} = 120 \text{ 通り} \dots\dots (\text{答})$$

(3) A, B, C の対称性より,

$L \geq M \geq N$ としても一般性を失わない。

よって考慮すれば良いのは,

$$(L, M, N) = \begin{cases} (4, 1, 1) \\ (3, 2, 1) \\ (2, 2, 2) \end{cases} \text{ のときである。}$$

(i) $(L, M, N) = (4, 1, 1)$ のとき

$$\frac{6!}{4!1!1!} = 30 \text{ 通り}$$

(ii) $(L, M, N) = (3, 2, 1)$ のとき

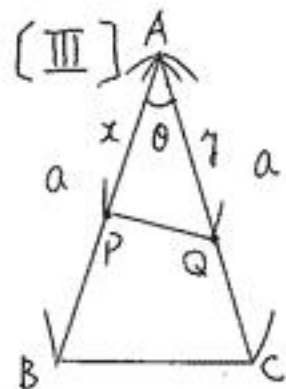
$$\frac{6!}{3!2!1!} = 60 \text{ 通り}$$

(iii) $(L, M, N) = (2, 2, 2)$ のとき

$$\frac{6!}{2!2!2!} = 90 \text{ 通り}$$

よって $(L, M, N) = (2, 2, 2)$ のとき,

順列の総数は最大で、90通りとなる。…… (答)



(1)

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} a^2 \sin \theta$$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} xy \sin \theta$$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \triangle ABC \quad \text{より}$$

$$xy = \frac{1}{2} a^2 \dots\dots (\text{答})$$

(2) $\triangle APQ$ に対する余弦定理より

$$PQ^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \theta$$

$$\therefore PQ = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos \theta} \dots\dots (\text{答})$$

(3) PQ が最小となるのは

$x^2 + y^2 - 2xy \cos \theta$ が最小となるとき、

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 2xy \cos \theta \\ &= x^2 + \frac{a^4}{4x^2} - a^2 \cos \theta \end{aligned}$$

$$\geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{a^4}{4x^2}} - a^2 \cos \theta$$

$$= a^2 - a^2 \cos \theta \quad (\text{等号成立は } x^2 = \frac{a^4}{4x^2})$$

よって、 PQ の最小値は

$$\sqrt{a^2 - a^2 \cos \theta} = a\sqrt{1 - \cos \theta} \dots\dots (\text{答})$$