

$$[1] \quad \begin{array}{cc} \text{ア} & 200 \\ \text{イ} & 40000 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \text{ウ} & 100500 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{エ} & 1000 \\ \text{オ} & 7 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \text{カ} & 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{キ} & 4 \\ \text{ク} & 7 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \text{ケ} & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{コ} & -3^{2n-1} \\ \text{カ} & -\left(\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}\right)^{2n-1} \end{array}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{4} \left\{ (\sqrt{2}+\sqrt{5})^{2n-1} - \left(\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}\right)^{2n-1} \right\}$$

$$[II] (1) 4^n = (3+1)^n$$

$$= \sum_{k=0}^n 3^k \cdot 1^{n-k} \cdot {}^nC_k$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^n 3^k \cdot {}^nC_k$$

$$\therefore 4^n - 1 = \sum_{k=1}^n 3^k \cdot {}^nC_k$$

$$= 3 \left(\sum_{k=1}^n 3^{k-1} \cdot {}^nC_k \right) \quad \blacksquare$$

$$(2) (1) \text{ 5) } 4^n - 1 = 2^{2n} - 1 = 3\ell \quad (\ell: \text{整数})$$

と表せる。

$$\therefore 2^{2n} + 1 = 3\ell + 2$$

$$\text{また、} 2^{2n+1} + 1 = 6\ell + 3 = 3(2\ell + 1)$$

よって、 $2^{2n} + 1$ が 3 の倍数となる

ための (必要十分) 条件は n が奇数

であることとなる。

(3) (2) 5) $2^n + 1, 2^{n+1} + 1$ の一方は 3 の倍数、
他方は 3 で割って 2 余る数となる。

よって、 $p(2^n + 1) + q(2^{n+1} + 1) \dots (*)$ を 3 で
割った余りは $2p$ または $2q$ となる。

すなわち n に対して $(*)$ が 3 で割って余り 1
となるためには、 $2p, 2q$ がともに 3 で割って
余り 1 となる必要がある。よって、 p, q
の中で $p+q$ が最小となるもの、

$$p = q = 2 \quad (p+q = 4)$$

となる。

[Ⅱ] (1) 全て残る確率 $(\frac{5}{6})^4$
全て残らない確率 $(\frac{1}{6})^4$

(2) 4つのサイコロを n 回とも1以外が
出ればよいので、 $(\frac{5}{6})^{4n}$

(3) n 回目で残る確率は $(\frac{5}{6})^n$ となるので
余事象を考えると、 $1 - (\frac{5}{6})^n$

(4) (3) が 4つのサイコロに同時に起こる確率
となるので、 $\{1 - (\frac{5}{6})^n\}^4$