

2005年度 入学試験問題

日本史 世界史 数学

日本史	1～11ページ
世界史	13～18ページ
数学	19～20ページ

注意

- (1) 日本史、世界史、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔Ⅰ〕 次の文中の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。

- (1) $2x+5y=2005$ をみたす正の整数 x, y の解の組 (x, y) は全部で ア 組ある。これらの解の組に含まれるすべての y の和は イ である。また、すべての解の組 (x, y) に対して積 xy をつくるとき、その最大値は ウ であり、最小値は エ である。

- (2) n を自然数として $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^{2n-1} = a_n\sqrt{2} + b_n\sqrt{5}$ で整数の数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を定める。このとき、 a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n で表すと

$$\begin{cases} a_{n+1} = \text{オ} a_n + \text{カ} b_n \\ b_{n+1} = \text{キ} a_n + \text{ク} b_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となるから、数列 $\{c_n\}$ を $c_n = 2a_n^2 - 5b_n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義すれば、数列 $\{c_n\}$ は公比 ケ の等比数列である。よって、数列 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n = \text{コ}$ である。したがって、 $a_n\sqrt{2} - b_n\sqrt{5}$ を n で表せば サ である。よって数列 $\{a_n\}$ の一般項は、 $a_n = \text{シ}$ である。

〔Ⅱ〕 次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対して $4^n - 1$ が 3 で割り切れることを示せ。
 (2) $2^n + 1$ が 3 で割りきれられるような自然数 n のみたすべき条件を求めよ。
 (3) すべての自然数 n に対して

$$p(2^n + 1) + q(2^{n+1} + 1)$$

を 3 で割ると余りが 1 であるような自然数の組 (p, q) の中で $p + q$ が最小となる組をすべて求めよ。

[III] 4個のサイコロを準備する。1回目の試行ではこれら4個のサイコロをふって1の目が出たサイコロをすべて取り除く。2回目の試行では1回目に残ったサイコロをふって1の目が出たサイコロをすべて取り除く。このように前の回の試行で残ったサイコロをふって1の目が出たサイコロをすべて取り除くという試行を繰り返し、サイコロがすべて取り除かれたら、以降の試行は行わない。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 1回目の試行で、サイコロがすべて残る確率と、サイコロがすべて取り除かれる確率をそれぞれ求めよ。
- (2) n 回の試行が行われ、サイコロがすべて残る確率を求めよ。
- (3) 4個のうち、特定の1個のサイコロに注目し、これが n 回以内の試行により取り除かれる確率を求めよ。
- (4) n 回以内の試行により、サイコロがすべて取り除かれる確率を求めよ。