

2005年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意

- (1) 解答用紙には受験番号の記入欄が、表面に2か所、裏面に1か所ある。計3か所とも正確・明瞭に記入すること。
- (2) 解答はすべて解答用紙の所定の箇所に記入すること。
- (3) 問題紙の本文は2ページである。
- (4) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (5) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (6) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔Ⅰ〕 次の文中の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。

数列 $\{a_n\}$ は定数 c に対して

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = c \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

という関係をみたし、 $a_1 = -3$, $a_2 = -14$, $a_3 = -23$ であるとする。このとき $c =$ ア であり、 $a_4 =$ イ である。数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義すると、 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n =$ ウ となるから、 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ エ となる。これより、 a_n が最小となるのは $n =$ オ のときであり、このとき $a_n =$ カ である。また、 $a_n > 0$ となるのは、 $n \geq$ キ のときである。第 1 項から第 n 項までの和は $S_n = \sum_{k=1}^n a_k =$ ク である。 $S_n \geq 1000$ となる最小の n は ケ であり、このとき $S_n =$ コ である。

〔Ⅱ〕 数字 1 が記入してあるカードが 1 枚、数字 2 が記入してあるカードが 2 枚、数字 3 が記入してあるカードが 3 枚、数字 4 が記入してあるカードが 4 枚ある。これら合計 10 枚のカードをよくきってから、3 枚のカードを同時に引くとき、次の問いに答えよ。

- (1) 引かれたカードに記入してある数の和が 3 で割り切れる確率を求めよ。
- (2) 引かれたカードに記入してある数の和を 3 で割った余りの期待値を求めよ。

[III] 2 次関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ について次の問いに答えよ。ただし、 a, b は定数とする。

(1) 任意の実数 p, q, r について、不等式

$$f\left(\frac{p+q+r}{3}\right) \leq \frac{f(p)+f(q)+f(r)}{3}$$

が成り立つことを示せ。

(2) 任意の実数 p, q と $0 \leq t \leq 1$ をみたす実数 t について、不等式

$$f((1-t)p + tq) \leq (1-t)f(p) + tf(q)$$

が成り立つことを示せ。

(3) 定数 p, q が $p \neq q$ をみたすとき、定義域が $0 \leq t \leq 1$ である関数

$$g(t) = (1-t)f(p) + tf(q) - f((1-t)p + tq)$$

の最大値を p, q を用いて表せ。また、そのときの t の値を求めよ。