

2005年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意

- (1) 解答用紙は(一)と(二)のそれぞれ1枚ずつである。
- (2) 受験番号の記入欄は、解答用紙(一)、(二)にそれぞれ表面に2か所、裏面に1か所ある。合計6か所とも正確・明瞭に記入すること。
- (3) 解答はすべて**解答用紙の所定の箇所**に記入すること。
問題〔Ⅰ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅰ〕の欄に記入。
問題〔Ⅱ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅱ〕の欄に記入。
問題〔Ⅲ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅲ〕の欄に記入。
問題〔Ⅳ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅳ〕の欄に記入。
- (4) 問題紙の本文は2ページである。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

[I] 楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$ は定数) に内接し、辺 AB が x 軸に平行である長方形 ABCD を考える。頂点 A は第 1 象限内の点とする。次の文中の に適する a, b の式を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。

- (1) この楕円の面積は ア である。
- (2) 長方形 ABCD の面積 S の最大値は イ であり、そのときの頂点 A の座標は (ウ , エ) である。
- (3) 長方形 ABCD の周の長さ s の最大値は オ であり、そのときの頂点 A の座標は (カ , キ) である。
- (4) 長方形 ABCD を y 軸のまわりに回転させてできる円柱の体積を V とする。 V の最大値は ク であり、そのときの頂点 A の座標は (ケ , コ) である。

(50 点)

[II] 曲線 C が媒介変数 t を用いて

$$C: \quad x = t + \sin t, \quad y = 1 - \cos t \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

で与えられている。次の問いに答えよ。

- (1) $0 < t < \pi$ の範囲で、 $\frac{dy}{dx}$ を t で表せ。
- (2) 曲線 C の長さを求めよ。
- (3) 曲線 C , x 軸および直線 $x = \pi$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(50 点)

〔 III 〕 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ はどの 2 つも平行でない 4 つの空間ベクトルで、その大きさは

$$|\vec{a}| = 1, \quad |\vec{b}| = 2, \quad |\vec{c}| = 3, \quad |\vec{d}| = 4$$

であり、また、どの 2 つのベクトルのなす角も等しいとする。ある実数 x, y, z に対し、

$$x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$$

が成立するとする。このとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と x, y, z のそれぞれの値を求めよ。

(50 点)

〔 IV 〕 定数 a ($1 < a < 2$) に対して、曲線 $y = a^x$ 上の点 (t, a^t) ($0 \leq t \leq 1$) における接線を l とする。次の問いに答えよ。

- (1) 接線 l の方程式を求めよ。また、 l と y 軸の交点を $(0, b(t))$ とし、 $b(t)$ の最小値を a で表せ。
- (2) 接線 l と x 軸および 2 直線 $x = 0, x = 1$ で囲まれた台形の面積 $S(t)$ を求めよ。
- (3) $S(t)$ の最大値を a で表せ。
- (4) $S(t)$ の最小値を a で表せ。

(50 点)