

2007年度 入学試験問題

数 学

注 意

- (1) 解答用紙は(一)と(二)のそれぞれ1枚ずつである。
- (2) 受験番号の記入欄は、解答用紙(一)、(二)にそれぞれ表面に2か所、裏面に1か所ある。合計6か所とも正確・明瞭に記入すること。
- (3) 解答はすべて**解答用紙の所定の箇所**に記入すること。
問題〔Ⅰ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅰ〕の欄に記入。
問題〔Ⅱ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅱ〕の欄に記入。
問題〔Ⅲ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅲ〕の欄に記入。
問題〔Ⅳ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅳ〕の欄に記入。
- (4) 問題紙の本文は2ページである。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

〔 I 〕 次の に適する数を、解答用紙の同じ記号のついた

の中に記入せよ.

- (1) 2 次方程式 $x^2 - 2\sqrt{7}x - 2 = 0$ の正の解を p とすると、 $p =$ ア
 である. p の整数部分を a , 小数部分を b とすると

$$a = \text{ イ } \quad b = \text{ ウ }$$

である. このとき、 $b^4 + 88b - 7 =$ エ
 である.

- (2) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(n+3) + \log_{\frac{1}{2}}(n-1) > -5$ をみたす整数 n の最大値は
 オ
 であり、最小値は カ
 である.

- (3) x, y, z はすべて正の整数であるとする. $x+y+z=10$ をみたす x, y, z
 の組は全部で キ
 個あり、そのうち、 $x=2y$ をみたす組は ク
 個あり、 $x < y$ をみたす組は ケ
 個ある.

〔 II 〕 座標平面上を運動する点 R の、時刻 t における座標が

$$(x, y) = (t \cos t, t \sin t) \quad (t > 0)$$

で表される. また、点 R の描く曲線を C とする. 曲線 C と x 軸の正の
 部分との交点を、その x 座標の小さい方から $P_1, P_2, P_3, \dots$ とする.
 次の各問に答えよ.

- (1) 運動する点 R の速度ベクトル $\vec{v}$ を求めよ.
- (2) 点 $P_k (k = 1, 2, 3, \dots)$ における曲線 C の接線 L_k の方程式を求めよ.
- (3) 接線 L_k と L_{k+1} の交点を Q_k とする. $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ が 1 つの放物線
 上にあることを示し、その放物線の方程式を求めよ.
- (4) 曲線 C の $0 < t < \frac{\pi}{2}$ の部分と y 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ.

[III] 行列 P は逆行列をもつ 2 次の正方行列とし

$$C = P \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1}, D = P \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P^{-1}, A = \alpha C + \beta D$$

とする. ただし, α, β は定数である. 次の各問に答えよ.

- (1) CD を求め, A^2 を C, D, α, β を用いて表せ.
- (2) A^k (k は正の整数) を C, D, α, β, k を用いて表せ.
- (3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ のとき, α, β, P^{-1} を求めよ.
- (4) (3) の A に対し, A^k (k は正の整数) を求めよ.
- (5) (3) の A に対し, $y_k = (1 \ 0) A^k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ とする. $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k$ を求めよ.

[IV] $f(x) = \sqrt{|1 - x^2|} - x - 1$ ($x > -1$) とおく. 次の各問に答えよ.

- (1) $f(x) = 0$ となる x の値を求めよ.
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ.
- (3) $y = f(x)$ のグラフの概形を描き, $f(x)$ の最大値, 最小値を求めよ.
- (4) x 軸と曲線 $y = f(x)$ のグラフ, および 2 直線 $x = -a, x = a$ とで囲まれた部分の面積を求めよ. ただし, $0 < a < 1$ とする.