

2008年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意

- (1) **解答用紙**は(一)と(二)のそれぞれ1枚ずつである。
- (2) 受験番号の記入欄は、解答用紙(一)、(二)にそれぞれ表面に2か所、裏面に1か所ある。合計6か所とも正確・明瞭に記入すること。
- (3) 解答はすべて**解答用紙の所定の箇所**に記入すること。
問題〔Ⅰ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅰ〕の欄に記入。
問題〔Ⅱ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅱ〕の欄に記入。
問題〔Ⅲ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅲ〕の欄に記入。
問題〔Ⅳ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅳ〕の欄に記入。
- (4) 問題紙の本文は2ページである。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

〔I〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ.

- (1) 4 次の多項式 $f(x)$ を $x-1$ で割ると余りが 3, $x-2$ で割っても $x+3$ で割っても、ともに余りが 7 である. このとき, $f(x)$ を x^2-3x+2 で割ると余りは ア であり, x^3-7x+6 で割ると余りは イ である. さらに $f(0) = -5$, $f'(0) = -4$ であれば, $f(x) =$ ウ である.

- (2) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 2 & b \end{pmatrix}$ の逆行列が $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ c & d \end{pmatrix}$ であるとき,
 $a =$ エ , $b =$ オ , $c =$ カ , $d =$ キ である.

〔II〕 半径 1 の円 O の円周上に 4 点 A, B, C, D を, 線分 AC と線分 BD が円 O の内部の点 E で交わるようにとる. $\triangle ABE$ と $\triangle CDE$ がそれぞれ, 辺の長さ a, b の正三角形であるとき, 次の各問に答えよ.

- (1) 線分 BC の長さを求めよ.
- (2) $\frac{b}{a} = t$ とするとき, a を t で表せ.
- (3) $a+b$ が最大となるときの t の値とそのときの $a+b$ の値をそれぞれ求めよ.
- (4) $\triangle ABE$ と $\triangle CDE$ の面積の和の最小値とそのときの t の値を求めよ.

〔 III 〕 n を正の整数とする. 関数

$$f_n(x) = \sqrt{1 - (\log x)^n} \quad \left(\frac{1}{e} \leq x \leq e \right)$$

で定義される曲線 $C_n : y = f_n(x)$ について次の各問に答えよ.

- (1) 関数 $y = f_n(x)$ の最大値を求めよ.
- (2) 曲線 C_1 と C_2 の 2 つの共有点を求めよ.
- (3) 曲線 C_1 と C_2 の, (2) で求めた 2 つの共有点の間にある部分で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V とする. V の値を求めよ.

〔 IV 〕 関数 $f(\theta) = 2 \cos \theta + \cos 2\theta$, $g(\theta) = 2 \sin \theta - \sin 2\theta$ により, 曲線 C を

$$C : x = f(\theta), y = g(\theta) \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \right)$$

と定義する. 次の各問に答えよ.

- (1) $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$, $g\left(\frac{\pi}{3}\right)$ の値を求めよ.
- (2) 関数 $f(\theta)$, $g(\theta)$ $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \right)$ の増減をおのこの調べよ.
- (3) 点 $(0, 0)$ と点 $\left(f\left(\frac{\pi}{3}\right), g\left(\frac{\pi}{3}\right) \right)$ を通る直線 ℓ の方程式を求めよ.
- (4) 曲線 C と直線 ℓ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ.