

2010年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～16ページ
世界史	17～26ページ
政治・経済	27～38ページ
数学	41～42ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済……………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (7) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔Ⅰ〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

$t = \sin \theta + \cos \theta$ とおく。 $t = r \sin(\theta + \alpha)$ のかたちに表すと、 $r =$ ア , $\alpha =$ イ となる。ただし $r > 0$, $0 < \alpha < \pi$ とした。

したがって t の取り得る値の範囲は $|t| \leq$ ウ である。 $s = \sin \theta \cos \theta$ を t の式で表すと $s =$ エ である。次に $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ を t の式で表すと $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta =$ オ となり、この式を $f(t)$ とおく。 $f(t)$ の導関数は $f'(t) =$ カ であり、この t の範囲での $f(t)$ の最大値を M , 最小値を m とすると、 $M =$ キ であり、 $m =$ ク である。 $u = \sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ を s を用いて表すと $u =$ ケ となり、 t を用いて表すと $u =$ コ となる。

〔Ⅱ〕 $f(x) = px^2 + qx + r$ とする。放物線 $C: y = f(x)$ が原点 O および点 $(1, 3)$ を通り、直線 $y = 2x$ と原点 O で接している。放物線 C 上の原点 O 以外の相異なる 2 点 $A(a, f(a))$ と $B(b, f(b))$ をとると、 $\angle AOB$ が直角であるという。ただし $a < b$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) p, q, r の値を求め、2 次関数 $y = f(x)$ の最小値を求めよ。
- (2) b を a で表せ。
- (3) $b - a$ の最小値とその時の a, b の値を求めよ。
- (4) (3) で得られた a, b に対して線分 AB を考える。放物線 C と線分 AB で囲まれた部分の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 直角三角形 ABC において $AB = a$, $BC = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ であるとする。辺 AC 上に点 A_1 , 辺 BC 上に点 B_1 を $A_1B_1 = BB_1$ かつ $\angle A_1B_1C = \frac{\pi}{2}$ となるようにとる。次に直角三角形 A_1B_1C において辺 A_1C 上に点 A_2 , 辺 B_1C 上に点 B_2 を $A_2B_2 = B_1B_2$ かつ $\angle A_2B_2C = \frac{\pi}{2}$ となるようにとる。これを繰り返し, 点 A_n, B_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を順次定める。また $A_nB_n = a_n$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) a_1 を a を用いて表せ。

(2) a_n を a, n を用いて表せ。

(3) $\triangle A_k B_k B_{k+1}$ の面積を S_k とする。 $\sum_{k=1}^n S_k$ を a, n を用いて表せ。